



**TIPOS Y CLASES DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN
PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE CUARTO GRADO
EN LA INICIACIÓN AL REGISTRO NUMÉRICO FRACCIONARIO**

ANDREA QUIÑONEZ RODRIGUEZ
Código: 0444959

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA
CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2011**



**TIPOS Y CLASES DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN
PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE CUARTO GRADO
EN LA INICIACIÓN AL REGISTRO NUMERICO FRACCIONARIO**

ANDREA QUIÑONEZ RODRIGUEZ
Código: 0444959

**Documento presentado como requisito para optar al título de
Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas**

Asesor
Jorge Enrique Galeano Cano

**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
AREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA C
ON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2011**



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Tenga en cuenta: 1. Marque con una **X** la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

TÍTULO DEL TRABAJO:	CLASES Y TIPOS DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE CUARTO GRADO EN LA INICIACIÓN AL REGISTRO NUMÉRICO FRACCIONARIO								
Se trata de:	Proyecto	<input type="checkbox"/>	Informe Final	<input checked="" type="checkbox"/>					
Director:	Jorge Enrique Galeano								
1er Evaluador:	Norma Lorena Vásquez								
2do Evaluador:									
Fecha y Hora	Año:	2011	Mes:	Septiembre	Día:	9	Hora:	4:30	
Estudiantes									
Nombres y Apellidos completos		Código		Programa Académico					
Andrea Quiñonez Rodríguez		0444959		Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.					
EVALUACIÓN									
Aprobado		<input checked="" type="checkbox"/>		Meritorio		<input type="checkbox"/>		Laureado	<input type="checkbox"/>
Aprobado con recomendaciones		<input type="checkbox"/>		No Aprobado		<input type="checkbox"/>		Incompleto	<input type="checkbox"/>
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) ante:									
Director del Trabajo		<input type="checkbox"/>		1er Evaluador		<input type="checkbox"/>		2do Evaluador	
En el caso que el Informe Final se considere Incompleto , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:									
Año:		Mes:		Día:		Hora:			
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).									

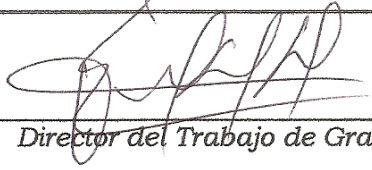
FIRMAS:

	Norma Lorena Vásquez	
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



OBSERVACIONES:	RECOMENDACIONES:	X	RAZÓN DEL DESACUERDO – ALTERNATIVAS:
<p>1. Es un trabajo que cumple con las condiciones de reconocer la metodología y referentes teóricos, además de que muestra y evidencia el proceso de trabajo y esa parte se reconoce es valiosa para la interpretación y claridad de los lectores. Sin embargo, se propone hacer ajustes que tienen que ver con:</p> <p>2. Tener claridad con las referencias en algunas de las oraciones del texto, en particular, el empleo de los “sujetos” en las oraciones planteadas.</p> <p>3. Realizar ajustes a la justificación que permita encadenar los argumentos de mejor manera para que se cumpla el propósito de lo que es una justificación.</p> <p>4. Realizar la ampliación de algunos de los análisis presentados con el fin de dar mayor claridad y especificidad a la luz de los referentes teóricos planteados.</p>			
	Norma Jorena Vásquez		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador		2do Evaluador

Acta de Grado

AGRADECIMIENTOS

No es fácil llegar, se necesita ahínco, lucha y deseo, pero sobre todo apoyo como el que recibí durante todo este tiempo. Ahora más que nunca mi agradecimiento.

A Dios, a él todo le debo.

A mi padre y madre por sus esfuerzos, su confianza, por creer en mí y en esta profesión que me apasiona, los amo a la enésima potencia.

A mi hermano y abuela porque aunque no entendieron mucho el proceso del trabajo de grado, siempre las palabras de aliento y los abrazos para que pudiese continuar fueron constantes.

A mi familia Quiñonez por su confianza, por su credibilidad y por estar siempre conmigo.

A mi maestra Teresita Pontón, porque desde la primera clase en su asignatura de conocimiento y cultura marco mi vida; y por que cada día que pasa sé que hay docentes, pero maestros pocos y ella es una de ese poco. Me enseñaste para la vida. Gracias Sensei.

A mi tutor, Jorge Enrique Galeano, por creer en este trabajo y ahora tener este producto.

A la Hna. Ivonne Muriel y a Liliana Montoya porque me ayudaron a descubrir que soy una MAESTRA PROVIDENCIA.

A mis amigos, Carlos Melán Jaramillo, Diana Marcela Lourido, Gio Olarte, Evelyn Mesías y a ti Jonathan Har Duque, que desde el cielo se que estas con una sonrisa de oreja a oreja porque lo logramos.

Y finalmente a todos lo que creyeron en mí y estuvieron ahí cuando en algún momento perdí las fuerzas para seguir.

Andrea Quiñonez Rodríguez

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
1 LA NECESIDAD DE UNA TIPIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES.	4
1.1 Justificación y problemática.	4
1.2 Resumen del problema	11
1.3 Marco teórico	13
1.3.1 La perspectiva semiótica en la comprensión de textos.	16
1.4 Información sobre el proyecto	19
2 LOS PROCESOS INVOLUCRADOS EN LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN	22
2.1 Los registros de representación semiótica	23
2.1.1 La oposición lenguaje/imagen	23
2.1.2 La oposición subjetivo/objetivo	25
2.1.3 La oposición mental/material	26
2.2 Operaciones en los registros.	29
2.2.1 Actividad cognitiva: Formación	30
2.2.2 Actividad cognitiva: Tratamiento	32
2.2.3 Actividad cognitiva: Conversión	33
2.3 La actividad Matemática	34
2.4 La importancia de la lengua y los problemas de matematización.	36

3.	TIPIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN EN LOS TEXTOS ESCOLARES	45
3.1	PROCESO DE ANÁLISIS METODOLÓGICO	45
3.1.1	Primera rejilla de análisis	46
3.1.2	Segunda rejilla de análisis	48
3.1.3	Tercera rejilla de análisis	50
3.1.4	Rejilla final de análisis	53
3.2	Análisis de los problemas de matemática	58
3.2.1	Clase 1: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario	60
3.2.2	Clase 2: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de suma y resta.	62
3.2.3	Clase 3: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	64
3.2.4	Clase 4: Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	65
3.2.5	Clase 5: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario	67
3.2.6	Clase 6: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.	69
3.2.7	Clase 7: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	70
3.2.8	Clase 8: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	72
3.2.9	Clase 9: Problemas de matemática cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario	74

3.2.10 Clase 10: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.	75
3.2.11 Clase 11: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	77
3.2.12 Clase 12: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	78
3.2.13 Clase 13: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario	79
3.2.14 Clase 14: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.	81
3.2.15 Clase 15: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	82
3.2.16 Clase 16: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	83
3.3 Tipos de problemas de matematización	84
3.3.1 Tipo 1: Problemas de matematización que se refieren a unidades de capacidad.	85
3.3.2 Tipo 2: Problemas de matematización que se refieren a longitud en metros	85
3.3.3 Tipo 3: Problemas de matematización que se refiere a cantidades. (Unidades continuas)	86
3.3.4 Tipo 4: Problemas de matematización que se refiere acciones	87
3.4 Síntesis	87
CONCLUSIONES	89
ANEXOS	99
BIBLIOGRAFÍA	111
WEBGRAFIA	112

LISTA DE GRAFICOS

Gráfico 1. Descripción del proceso fundamental denominado matematización. Proyecto OCDE/PISA Pág.2	6
Gráfico 2	9
Gráfico 3. <i>Los diferentes tipos de actividad cognitiva requerida en matemáticas. (Duval 2004a, P.37)</i>	35
Gráfico 4. Ejemplo de la primera rejilla de análisis, aplicada a dos de los problemas	47
Gráfico 5. Ejemplo de la segunda rejilla de análisis, aplicada a dos de los problemas	49
Gráfico 6. Ejemplo de la tercera rejilla de análisis, aplicada a un problema. El contenido de las columnas ha sido sintetizado para efectos de este ejemplo.	52
Gráfico 7 Rejilla final de análisis	59
Gráfico 8	80
Gráfico 9. Clasificación de los problemas que fueron tipificados en el matriz resumen	84

RESUMEN

Este proyecto realizo un análisis de diversos problemas de matematización para encontrar clasificar los problemas de matematización de tal forma que se distinguieran unas clases, y tipos de problemas. Puesto que, la ambigüedad, el registro y los contextos en que se presenta en la formulación de los problemas de matematización propuestos en los libros de texto conforman una problemática al momento de comprender lo que se pregunta o quiere que se entienda; pues hay que tener presente que la comprensión es un proceso que varía dependiendo del sujeto, por lo tanto, la redacción, el contenido cognitivo y las relaciones matemáticas puestas en juego en los problemas de matematización propuestos en los libros de texto, influyen directamente y determinan la comprensión de la información extra matemática y las relaciones puestas en juego, puesto que es lo que le permite identificar y relacionar el contenido cognitivo con las relaciones propuestas.

Ahora bien, Duval 2004) afirma que todos los problemas extra matemáticos superponen una doble dificultad para los estudiantes. Por un lado, la descripción de una situación no matemática (aspecto físico), y por otro lado, la de un modelo matemático parcialmente instanciado por valores numéricos (aspecto matemático). Sin embargo, la noción de contexto (aspecto matemático y físico) encierra un tercer componente que también se pudiera considerar una dificultad también, éste sería el modo de representar números racionales (fracciones, números decimales, etc.) el cual abarcaría el problema del sistema de representación y sus costos cognitivos: formación, tratamiento y conversión. Y es como a través de este documento se evidencia, y explicita los cuestionamientos, teorías e implicaciones alrededor de la problemática de interés.

Palabras Claves: Tipos, Clases, Problemas, matematización, contexto, expresiones numéricas, fracciones, clasificación.

INTRODUCCIÓN

Para llevar a cabo este proyecto es fundamental entender la importancia del objeto matemático como una herramienta que “facilita” el proceso de enseñanza – aprendizaje y el cual se convierte en básico en este caso específico, para la introducción al registro numérico fraccionario. De esta manera entonces, se reconocen algunas dificultades que encuentran su origen en la naturaleza, complejidad de los objetos matemáticos y herramientas de trabajo tales como los libros de texto; tomando como objeto de análisis algunos de los problemas propuestos en ellos.

Ahora bien, la ambigüedad, el registro y los contextos en que se presenta en la formulación de los problemas de matematización propuestos en los libros de texto conforman una problemática al momento de comprender lo que se pregunta o quiere que se entienda; pues hay que tener presente que la comprensión es un proceso que varía dependiendo del sujeto, por lo tanto, la redacción, el contenido cognitivo y las relaciones matemáticas puestas en juego en los problemas de matematización propuestos en los libros de texto, influyen directamente y determinan la comprensión de la información extra matemática y las relaciones puestas en juego, puesto que es lo que le permite identificar y relacionar el contenido cognitivo con las relaciones propuestas. Es aquí donde entra en juego la noción de concepto, pues (Duval 2004) afirma que todos los problemas extra matemáticos superponen una doble dificultad para los estudiantes. Por un lado, la descripción de una situación no matemática (aspecto físico), y por otro lado, la de un modelo matemático parcialmente instanciado por valores numéricos (aspecto matemático). Sin embargo, la noción de contexto (aspecto matemático y físico) encierra un tercer componente que se pudiera considerar una dificultad también, éste sería el modo de representar números racionales (fracciones, números decimales, etc.) el cual abarcaría el problema del sistema de representación y sus costos cognitivos: formación, tratamiento y conversión (Duval, 2004).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, y considerando cuáles eran los libros de texto de matemáticas más utilizados en Cali. Se clasificaron las actividades presentadas en los textos, en ejercicios y problemas de matematización. Posteriormente la realización de rejillas de análisis que arrojaran características propias de cada problema de matematización que se analizará y la solución de cada uno de los problemas donde se mostrara los diversos registros y tratamientos que se presentan.

Todo esto a la luz de algunos interrogantes tales como: ¿Qué tienen en particular los problemas de matematización propuestos?, ¿Qué se tiene en cuenta para la escogencia de los problemas en un texto? ¿Todos los problemas son de la misma clase? ¿Qué permite la resolución de los problemas propuestos? Ante estos cuestionamientos, ¿Qué es entonces lo que se propone en los libros de texto? De esta manera se pretendía lograr identificar y evidenciar los diversos tipos de problemas de matematización que se presenta en los libros de texto.

El presente documento, está organizado en 4 capítulos: El **primer capítulo**, explica la necesidad de una tipificación de los problemas de matematización propuestos en los libros de textos escolares. En él se plantea el problema, teniendo en cuenta datos como: los resultados de las pruebas de estado, los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias para el área de matemáticas (2006), entre otros datos considerados por el estado como un claro indicador de calidad de el proceso educativo; estos datos se podrán notar más ampliamente en el capítulo en cuestión, también surgen algunos interrogantes y se establecen unos objetivos que orientan el desarrollo del proyecto.

El **segundo capítulo**, En este segundo capítulo se desarrollará parte del marco teórico con relación, específicamente a los procesos que se involucran en los

problemas de matematización como los son el tener claridad sobre los registros de representación semiótica, las operaciones en dichos registros de representación, la actividad matemática y el uso de los registros de representación y finalmente la importancia de la lengua con relación a los problemas de matematización.

El **tercer capítulo**, En este tercer capítulo se dará a conocer los tipos de problemas de matematización que se encuentran en los textos escolares y los diferentes tipos que se encuentran además de las complejidades cognitivas de los diferentes tipos de problemas de matematización. Debe tenerse en cuenta que de los 103 problemas de matematización encontrados en los textos escolares todos no fueron analizados; se escogieron algunos de los problemas de matematización al azar que dieran cuenta lo que implica la aprehensión y comprensión de diferentes contenidos cognitivos.

El cuarto capítulo, presenta las conclusiones generales que se encontraron en el desarrollo de este proyecto y a su vez el planteamiento de algunas Consideraciones a tener en cuenta y cuestionamientos sobre la problemática desarrollada.

CAPITULO 1

LA NECESIDAD DE UNA TIPIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES.

1 LA NECESIDAD DE UNA TIPIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN PROPUESTOS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES.

1.1 JUSTIFICACIÓN Y PROBLEMÁTICA.

En el desarrollo de la escolaridad, *se reconocen algunas dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, como lo son los números racionales, que encuentran su origen quizás en la naturaleza, complejidad de los objetos matemáticos y herramientas de trabajo como lo son los libros de texto y los problemas propuestos en ellos. Dichos problemas se presentan frecuentemente con enunciados en lengua natural (acompañados en ocasiones de gráficas, dibujos o representaciones icónicas), es decir, que los enunciados de matematización influyen directamente en la comprensión del objeto matemático como tal y es a raíz de estos que se ha generado la necesidad de dar respuesta a interrogantes como: ¿Los problemas propuestos en los textos escolares tienen alguna diferencia? ¿Diferencia en su redacción, organización, contenido? ¿Hay algún criterio de selección al elegir los problemas que se proponen? ¿Quién define aquellos criterios, el autor o el docente?, son pues muchos los interrogantes que se pueden suscitar. En este capítulo se presentaran algunos interrogantes que encaminaran las respuestas que en el desarrollo de este trabajo se encontraran, de igual forma se justificará la importancia no solo de los objetos matemáticos sino como estos son presentados en los libros de texto, para finalmente sustentar la necesidad de una tipificación de los problemas de matematización propuestos en los libros de texto.*

Este proyecto de indagación pretende desarrollar espacios de reflexión sobre los problemas de matematización propuestos en los libros de matemáticas en grado cuarto de primaria para la iniciación al registro numérico fraccionario. Para ello, es necesario inicialmente definir qué es un problema matemático en general y lo qué es un problema de matematización; a partir de los trabajos de Polya, G., (1969) y Schoenfeld, A., (1991) se reconoce como un problema a aquel enunciado que plantea dar respuesta a algún interrogante, y en el cual la forma de encontrar tal respuesta es desconocida inicialmente por el sujeto que pretende encontrarla. Además, Schoenfeld (1985) afirma que pueden existir dos tipos de problemas: el rutinario y el no rutinario; el rutinario es aquel que su resolución tiene un camino casi inmediato, los datos y la incógnita están claramente especificados. Por el contrario, en los problemas no rutinarios los procedimientos de solución no son algorítmicos, la presentación, la formulación que los caracteriza y el procedimiento que se debe utilizar en la búsqueda de la solución de los problemas no permite visualizar espontáneamente la incógnita. Ahora bien, César Solís Lavado (1999) define matematización de la siguiente manera, “La matematización es el proceso de construcción de un modelo matemático. Un modelo matemático se define como la organización sistemática de un conjunto de conceptos matemáticos basados en ciertos algoritmos, para dar solución a algún problema de la realidad concreta. Matematizar una situación real implica utilizar a la matemática para construir un modelo, también es razonar matemáticamente para enfrentar una situación y resolverla¹.

Otra definición a tener en cuenta es la del debate anterior sobre la base teórica del marco conceptual de Matemáticas del proyecto OCDE/PISA trazó una descripción de la matematización en cinco pasos.

¹ Tomado de http://www.ciberdocencia.gob.pe/index.php?id=1208&a=articulo_completo

1. Se inicia con un problema enmarcado en la realidad.
2. Se organiza de acuerdo a conceptos matemáticos que identifican las matemáticas aplicables.
3. Gradualmente se va reduciendo la realidad mediante procedimientos como la formulación de hipótesis, la generalización y la formalización. Ello potencia los rasgos matemáticos de la situación y transforma el problema real en un problema matemático que la representa fielmente.
4. Se resuelve el problema matemático.
5. Se da sentido a la solución matemática en términos de la situación real, a la vez que se identifican las limitaciones de la solución.
- 6.

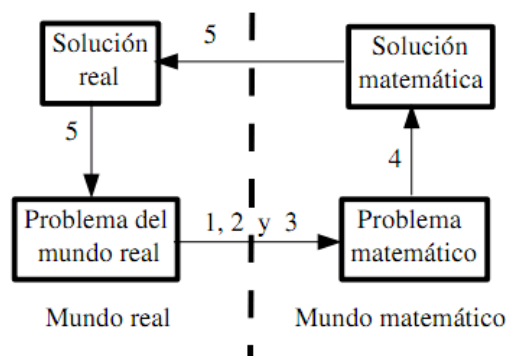


Gráfico 4. Descripción del proceso fundamental denominado matematización. Proyecto OCDE/PISA
Pág.2

Finalmente, los problemas de matematización que se consideran en este proyecto, son aquellos problemas que dependen de un aspecto extra matemático para llegar a la resolución de lo matemático, entendiendo esto último como un trasfondo de los problemas mismos.

Ahora bien, teniendo en cuenta la definición de lo que es un problema y un problema de matematización, se considera que estos no son suficientes para tener claridad sobre: *¿Qué se tiene en cuenta para la escogencia de los problemas en un texto? ¿Todos los problemas son de la misma clase? Y mucho menos ¿Qué*

permite la resolución de los problemas propuestos? Ante estos cuestionamientos, ¿Qué es entonces lo que se propone en los libros de texto?

Frente a los anteriores interrogantes, este proyecto de indagación se propone: En primer lugar, analizar, desde una perspectiva semiótica cognitiva, las clases de enunciados y realizar una clasificación de éstos en los problemas de matematización presentes en tres libros de texto del grado cuarto de primaria en el inicio de la construcción de los racionales. En segundo lugar, se espera identificar las variables que caracterizan cada enunciado de los problemas de matematización propuesto en los libros. Y por último, la sistematización, la caracterización y la explicitación de los enunciados de los problemas de matematización presentados.

De esta forma evidenciar, explicitar y ejemplificar la caracterización de los enunciados de los problemas de matematización en los libros de texto en el inicio de la construcción del conjunto numérico de los racionales, dará paso a una clasificación de estos. Una clasificación que dé cuenta de la complejidad de factores que intervienen en los enunciados de los problemas propuestos en los libros de texto como el análisis matemático (tratamientos aritméticos del registro numérico fraccionario), los significados o constructos de fracción: Como parte o partes de la unidad, como división, como resultado de una medida, como operador, como razón. o desde los elementos implicados en la comprensión de texto incluyendo los elementos semióticos propios de dichos enunciados.

Es bien conocido que en el inicio de la construcción del conjunto numérico de los racionales, que se puntualiza en la primaria como la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, en los grados de la educación básica primaria involucran procesos y sistemas semióticos nuevos y complejos. Y dada la importancia matemática que tienen estos conceptos para la aprehensión del objeto matemático, es necesario un tratamiento didáctico que permita dotar de significado

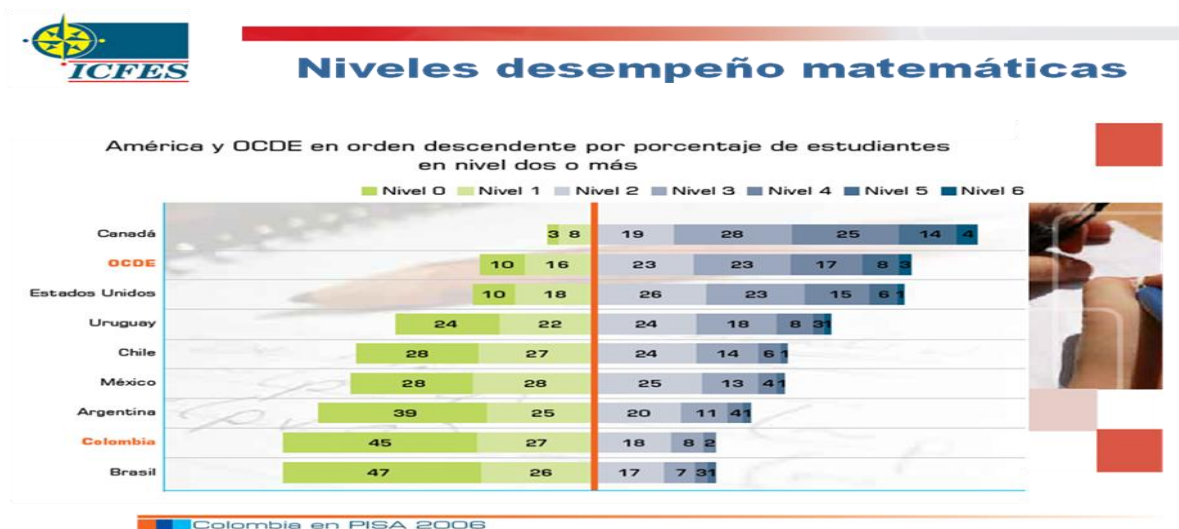
a esas representaciones en diferentes contextos. Es así como se ha generado alrededor de la problemática de la construcción del conjunto numérico de los racionales un sin número de investigaciones como: Kieren (1986), Obando (1998) Adjiage (1999), Pontón (2004), etc., y a su vez se han producido algunos recursos para el dominio de estos conceptos; pero es preocupante que persistan los bajos niveles de competencias de los estudiantes al resolver problemas de matematización que involucren estas nuevas expresiones numéricas y relaciones multiplicativas².

Por consiguiente, es posible argumentar la pertinencia del problema de indagación a partir de los resultados de las pruebas de estado, los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias para el área de matemáticas (2006), que para el estado son consideradas una directriz en los procesos educativos. , En las Pruebas Censales, Saber, ICFES y pruebas internacionales, se evalúa a través de los enunciados de los problemas propuestos un contenido determinado; el contenido es constante, pero la manera de presentación de los problemas a través de sus enunciados varía y quizás sea ahí donde se encuentran las dificultades.

² Sabemos que existen diversas pruebas que pretenden evaluar la calidad y las competencias de los estudiantes en algunos grados específicos. Pruebas nacionales como las pruebas SABER e ICFES; internacionales TIMSS, PISA y SERCE, estas pruebas tanto nacionales como internacionales en general pretenden obtener información confiable para todos los entes educativos y así evidenciar fortalezas y debilidades de los estudiantes y aquellos factores que explican dichos resultados.

Observemos en el siguiente gráfico los niveles de desempeño en Matemáticas en las pruebas internacionales PISA 2006³

Gráfico 5



En matemáticas, se registró el menor desempeño de las tres áreas. El 18% de los estudiantes alcanzó el nivel 2, donde se demuestran capacidades para identificar información, llevar a cabo procedimientos matemáticos rutinarios y emplear lenguaje matemático convencional. El 10% de los estudiantes logró demostrar competencias en los niveles 3 y 4. Estos estudiantes tienen capacidades para seleccionar y aplicar estrategias sencillas de solución de problemas; interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Más del 70% se ubicó en los niveles inferiores: el 27% en el 1 y el 45% en el 0.

El anterior gráfico nos indica que los resultados de las pruebas internacionales, el nivel de los estudiantes en Colombia se ubica en los niveles cero y uno que corresponde a un nivel bajo, es decir que los estudiantes no demuestran

³ Tomado de <http://web.icfes.gov.co/web/index.php>

competencias en las capacidades para identificar información, realizar los procedimientos rutinarios y emplear el lenguaje matemático convencional.

Ahora bien, se podría pensar en algunas causas de lo que se ha señalado anteriormente. Causas como “el contexto” o “los contextos” en los que se formulan los problemas de matematización, “contextos” que juegan también un papel primordial en la apropiación inicial del concepto por parte del estudiante o de la presentación y representación de dicho contenido a través de diversos contextos. Es así, como la noción de contexto incluye, pero no diferencia aspectos explícitamente físicos y matemáticos.

Es en esta noción de contexto que Duval (2004) afirma que todos los problemas extra matemáticos superponen una doble dificultad para los estudiantes. Por un lado, la descripción de una situación no matemática (aspecto físico), y por otro lado, la de un modelo matemático parcialmente instanciado por valores numéricos (aspecto matemático). Sin embargo, la noción de contexto (aspecto matemático y físico) encierra un tercer componente que se pudiera considerar una dificultad también, éste sería el modo de representar números racionales (fracciones, números decimales, etc.) el cual abarcaría el problema del sistema de representación y sus costos cognitivos: formación, tratamiento y conversión (Duval, 2004).

En los problemas propuestos en el registro numérico fraccionario, en los libros de texto de matemáticas en grado cuarto de la educación básica, la estructura en que son presentados permite reconocerlos como problemas de matematización, otros podrían ser tomados como ejercicios y otros como actividades puestas en contextos⁴. De igual manera, las prácticas escolares, y las concepciones de la

⁴ Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que

comunidad educativa (profesores, estudiantes, padres de familia, entre otros) evidencian que el libro es una herramienta importante en dichas prácticas; a su vez, dicha concepción contribuye a que se piense que los problemas propuestos en los libros conllevan a la aprehensión del objeto matemático. Es decir, no hay conciencia sobre las complejidades que enmarcan estos los enunciados de los problemas propuestos.

De acuerdo a lo anterior, es necesario considerar algunas preguntas: ¿Comprenden los estudiantes los enunciados de los problemas que se le proponen? ¿Es claro para los estudiantes el objeto matemático al que se refiere el problema? ¿Podría el estudiante pensar en una resolución del problema, sin reconocer cuál es el objeto matemático? ¿Cómo se clasificarían los enunciados de manera que evidencie los factores que inciden en la comprensión del objeto matemático?

1.2 RESUMEN DEL PROBLEMA

Como bien se sabe, la comprensión no es un proceso obvio y es un proceso diferente en cada sujeto. De igual forma, la redacción, el contenido cognitivo y las relaciones matemáticas puestas en juego en los enunciados de los problemas de matematización propuestos en los libros de texto, influyen directamente en la comprensión de la información extra matemática y las relaciones puestas en juego puesto que es lo que le permite identificar y relacionar el contenido cognitivo con las relaciones propuestas

En la mayoría de los enunciados de los problemas propuestos⁵ en los libros de texto los elementos matemáticos y de lo que tratan, es decir, el contenido cognitivo del problema se supone que se encuentre de una manera clara, qué es

distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución Polya(2005)

⁵ En los libro de textos escogidos.

lo que se pretende que los estudiantes realicen y de determinadas maneras. Por consiguiente, se presentan los siguientes interrogantes ¿Qué tienen en particular los enunciados de los problemas? ¿Se podrían caracterizar qué tipos de problemas se proponen y de qué manera?

La necesidad de una clasificación de los enunciados de los problemas propuestos, es evidente, es frente a ello que este proyecto aportará algunos elementos de análisis, para conocer las características semióticas (cognitivas) en los enunciados. Esta caracterización facilitará la manera en que se aborden y se propongan los problemas de acuerdo a la intención del maestro.

Los objetivos que orientaran el desarrollo del proyecto serán:

1. Identificar los distintos tipos de enunciados de los problemas de matematización propuestos en algunos textos escolares de grado cuarto, para la iniciación al registro fraccionario.
2. Caracterizar, categorizar los enunciados de problemas de matematización que frecuentemente se usan en los libros de texto de cuarto de primaria para la iniciación en el registro numérico fraccionario desde el análisis de las representaciones semióticas.

Así pues, del éxito de los objetivos se tendrá por lo menos que el maestro al proponer un problema del libro de texto reconozca que hay diferentes problemas, que podrían ser planteados de diversas maneras aludiendo al mismo objeto matemático. Encontrando con ello la posible existencia de respuestas precisas, y suficientemente claras a los interrogantes como: ¿Qué es lo que se está preguntando a los estudiantes en los libros de texto en la iniciación del registro numérico fraccionario? ¿Cuáles son los aportes de estos enunciados en los textos de cuarto a la construcción de los racionales? ¿Qué se tiene en cuenta para la

escogencia de los problemas propuestos? ¿Será suficiente que los problemas sean escogidos de acuerdo a la intencionalidad del autor?

Ahora bien, la no claridad en los enunciados y sus relaciones matemáticas, además de la relación con el contexto en el cual aparecen se convierten en limitantes en la comprensión de los enunciados de los problemas presentes en los libros de texto. Debido a que, cuando el estudiante tiene que comprender la información en el enunciado, le es difícil seleccionar, segmentar y trabajar con esta, más aún buscar un tipo de tratamiento numérico que tenga un sentido y un significado para ellos en los contextos donde se presentan los problemas. A su vez, si no hay claridad en las relaciones matemáticas establecidas o en las propuestas a partir de la información dada, los estudiantes presentan graves problemas con el tratamiento numérico necesario para la resolución de este.

Teniendo en cuenta las implicaciones de los problemas de matematización en la iniciación al registro numérico fraccionario en cuarto de primaria a partir de la presentación de problemas de matematización propuestos en los libros de texto, este trabajo pretende fundamentalmente desarrollar y aportar nuevas herramientas del siguiente cuestionamiento: ¿Cuáles son las clases, las características de redacción y los tipos de transformaciones de los enunciados en los problemas propuestos en tres textos escolares⁶ de cuarto grado, para la iniciación en el registro de las expresiones fraccionarias?

1.3 MARCO TEÓRICO

Con el fin de llegar a conclusiones y respuestas a los anteriores interrogantes este trabajo está propuesto en el marco de la perspectiva semiótica-cognitiva que desarrolla Duval (1986, 1996, 1999, 2004) la cual plantea que los problemas de

⁶ Editorial Santillana, **Amigos de las Matemáticas 4** Editorial Norma **Conexiones Matemáticas 4** y Editorial Futuro. **Soluciones Matemáticas**

aprendizaje de las matemáticas deben abordarse a partir del análisis de la relación entre las representaciones semióticas y la actividad matemática. Dado que los objetos involucrados en la actividad matemática poseen la característica de no ser objetos sensoriales o instrumentalmente asequibles sino que en este proceso pasan necesariamente por un registro semiótico de representación, dichos registros son irreducibles entre sí y sus procesos de conversión no son espontáneos. ...En este mismo sentido, las representaciones semióticas no sólo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarios para el desarrollo de la actividad matemática misma (Duval 2004).

Y es desde la perspectiva⁷ anterior donde se centrará el análisis de las categorizaciones que resulten de este proyecto, analizando la comprensión de los enunciados de los problemas propuestos en los libros de textos. Esta perspectiva centra su interés en la actividad matemática, y se distingue de otras áreas de conocimiento, por la importancia que tienen las representaciones semióticas y la variedad de los tipos de representación movilizados en dicha actividad cognitiva. Se refieren a representaciones semióticas por la naturaleza misma de los medios de acceso a los objetos matemáticos y las operaciones que se ponen en juego con los tratamientos de dichos objetos. Desde esta perspectiva, el aprendizaje de las matemáticas consiste en la adquisición de habilidades y competencias desarrolladas en los distintos registros de representación y su funcionamiento. En palabras de Duval (2004, P.69):

“...Para no confundir un objeto y su representación, cuando la intuición directa del objeto mismo no es posible, es necesario disponer de varias

⁷ Los términos cognitivo y cognición con relación a la perspectiva, se definen de la siguiente manera. **Cognición:** Es el estudio de cómo se desarrollan los procesos de aprendizaje. **Cognitivo:** Todo lo que tiene que ver con los procesos de aprendizaje

representaciones semióticamente heterogéneas de ese objeto, y coordinarlas. Sobre este punto Bresson aporta argumentos decisivos, quedándose sólo en el plano de la naturaleza del representante: la naturaleza del registro semiótico impone una selección entre elementos significativos o informacionales del contenido conceptual representado. Eso quiere decir que toda representación es cognitivamente parcial en relación con lo que ella representa y que las representaciones de registros diferentes no presentan los mismos aspectos de un mismo contenido conceptual”

Ahora bien, dada la naturaleza de los objetos matemáticos y la diversidad de registros de representación semiótica para cada uno de ellos, se hace necesario la coordinación de los diferentes registros para lograr una objetivación. Tal proceso de apropiación de los objetos matemáticos no se da espontáneamente, incluso ni en una enseñanza que movilice diversidad de registros.

Así pues, cuando los conocimientos adquiridos han estado ligados a la formación y al tratamiento de representaciones efectuadas en un solo registro, o tan solo se le da importancia a un registro particular (las figuras geométricas, la escritura algebraica, los gráficos, las tablas, el discurso en lengua natural, etc.), los conocimientos adquiridos se limitan al contenido conceptual representado asociado a ese único registro. Dicho aprendizaje mono-registro se da incluso en actividades donde han sido movilizados, simultánea o sucesivamente, varios registros, dado que el manejo de los mismos, no asegura su coordinación. Sin embargo, la comprensión mono-registro genera un obstáculo mayor: la mayoría de los estudiantes se muestran incapaces de movilizar los conocimientos adquiridos, dado que las situaciones que se les proponen, se salen del contexto en el cual se realizó el aprendizaje y, que por tanto, “ellos saben” (Duval 2004). Por otro lado, Duval (1996) se debe explicitar que hay varios puntos claves para el funcionamiento cognitivo para tener en cuenta las características de la actividad matemática y las dificultades recurrentes de aprendizaje que subsisten en niveles

y contextos de enseñanzas distintos, y son los siguientes: Diferencias entre representaciones semióticas y representaciones mentales, el desarrollo del funcionamiento cognitivo del pensamiento: este se construye mediante un proceso de diferenciación funcional de los primeros registros de representación semiótica (la lengua natural y la reproducción icónica de contornos percibidos) y mediante la coordinación de los registros así desarrollados. Y el método de un análisis de las representaciones semióticas relacionado con los registros y las tareas a realizar. Este método se basa en dos tipos de distinciones. La existente entre tratamiento y conversión y por otra parte la que existe entre variaciones estructurales, internas de un mismo registro, y variaciones cognitivas, que tienen en cuenta un cambio de registro.

Duval (1996) Una aproximación cognitiva de la adquisición de los conocimientos matemáticos y de su utilización por estudiantes, no se reduce, a las preguntas que aludan a la adquisición de los conocimientos matemáticos, ni a estas preguntas ni a estos dominios particulares de investigación. Los trabajos que han puesto en evidencia en relación con el funcionamiento cognitivo propio a toda conciencia individual: es la movilización de una pluralidad de registros de representaciones semióticas. Lo interesante de las matemáticas es que constituyen el modo de conocimiento en el que esta movilización juega un papel fundamental y aparece de la manera más visible”

1.3.1 La perspectiva semiótica en la comprensión de textos. Los problemas de comprensión de textos que presentan los estudiantes tienen que ver con el contenido enseñado y con la complejidad de la construcción de los saberes, es decir, con los funcionamientos que constituyen la parte operativa del pensamiento, cabe anotar que, en este caso el contenido enseñando es el inicio de la construcción de los racionales a partir de las expresiones fraccionarias.

Por consiguiente, hablar de expresiones fraccionarias trae consigo una serie de implicaciones, que van desde la supuesta familiaridad que deben tener los estudiantes con nuevos símbolos, hasta la dificultad a la que se enfrentan los profesores para la enseñanza de estos.

Con respecto a la dificultad para la introducción de expresiones fraccionarias, los maestros asumen como herramienta principal los problemas que son propuestos en los libros de texto, sin considerar qué hay en el fondo de éstos además de si los enunciados son claros para los estudiantes. Finalmente, terminan siendo los enunciados presentes en los libros de texto el acceso más directo al reconocimiento de expresiones fraccionarias.

Ahora bien, frente a los enunciados cabe afirmar que, así como la comprensión no es un proceso obvio y es un proceso diferente en cada sujeto; la redacción, el contenido cognitivo y las relaciones matemáticas puestas en juego en los enunciados de los problemas de matematización propuestos en los libros de texto, influyen directamente en la falta de comprensión de la información extra matemática y las relaciones puestas en juego en ella. Se puede observar en la mayoría de los enunciados propuestos que no hay claridad en los elementos matemáticos, es decir, no siempre se sabe a qué alude el problema, qué es lo se pretende que los estudiantes realicen. Otro factor que se aprecia claramente en los enunciados de los problemas, es el contexto en que se proponen. Considerándose el contexto como un recurso en el proceso de enseñanza, pues es el *contexto* quien dota de sentido a los problemas en matemáticas, y son estos problemas en contexto que se consideraran en este proyecto problemas de matematización, reconociendo que estos últimos deben permitir que el aprendizaje de las matemáticas posibilite al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del campo de las matemáticas, donde es necesario tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a la de los demás. Frente a lo cual surge el interrogante ¿Qué papel

tiene ese contexto para la comprensión de enunciados que involucran relaciones multiplicativas (razón, porcentajes, relaciones parte-todo)?

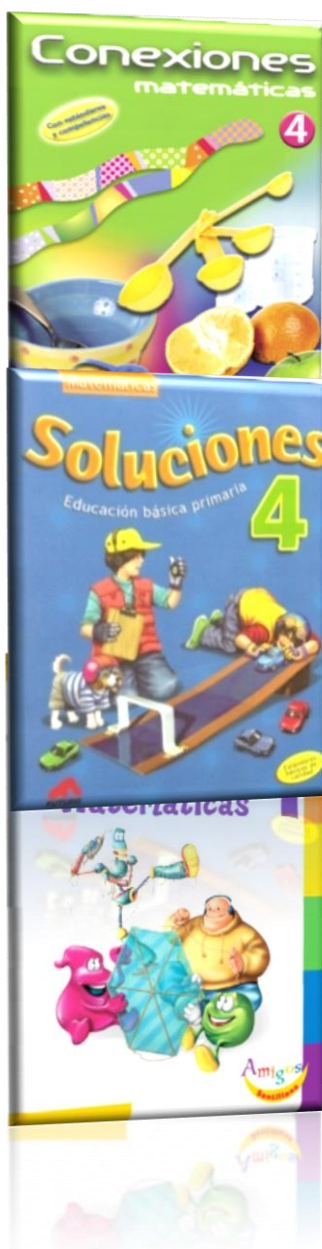
Ahora bien, es común creer que el solo hecho de nombrar redaccionalmente cualquier aspecto de la cotidianidad, hace que el problema este contextualizado esté dotado de un contexto, por ejemplo, como las tortas, las ciudades, las sillas, la leche, etc. No hace que el problema sea de matematización, pues si no es claro el contenido matemático, mucho menos el tratamiento numérico que se puede hacer para la resolución del problema y si el contexto tampoco lo es entonces no podrá aportar elementos suficientes. Igualmente si las relaciones numéricas que se plantean no tienen sentido ni significado en el contexto en el cual se formulan, el estudiante va a presentar muchas dificultades. Lo anterior se puede en las pruebas externas (CENSAL, PISSA, ICFES).

En el problema que hay con la comprensión de textos, donde explicita nociones de texto familiar como lo son: Duval (1986) *“Que el texto es la producción escrita y no oral del discurso. Y que constituye el objeto de una práctica cultural y escolar fundamentada: la lectura”* Pero a pesar de estas definiciones, al parecer tan familiares y de su evidencia cultural, la noción de texto es muy difícil de delimitar. El plano del discurso, la producción de un enunciado o la comprensión de un enunciado presentado promueve tanto un tratamiento cognitivo como un tratamiento puramente lingüístico Duval (2004). La comprensión de textos, no resulta solamente de la interacción entre lector y un texto, sino que también entran en juego las variables redaccionales de los textos: grados y modos de explicación del contenido cognitivo, las distancias relevantes entre la organización redaccional del texto y la organización discursiva oral. La comprensión de textos, inicialmente permite desarrollar tratamientos dentro del registro de la lengua natural a partir de dos operaciones fundamentales: la segmentación y la recontextualización. La objetivación de estas operaciones y de sus diversos modos de efectución evidencia un aprendizaje de la comprensión de textos.

1.4 INFORMACIÓN SOBRE EL PROYECTO

El diseño de investigación que se llevo a cabo en este proyecto siguió la modalidad documental, modalidad que logró caracterizar y plantear un panorama con relación a una cuestión o problemática como se planteo en este proyecto; es así como este ejemplifica y referencia lo que caracterizará los tipos de problemas que proponen los textos escolares de matemáticas en grado cuarto de primaria, para la iniciación en el registro de las expresiones fraccionarias, este se desarrollará de manera descriptiva basándose en el análisis cognitivo que propongan los problemas.

La muestra de la investigación en este proyecto se conformo por tres textos escolares de matemáticas, de grado 4 de educación básica primaria.



TEXTO N° 1

Título del Libro: Conexiones matemáticas 4

Autores: Melba Edith, Guerrero Olaya, Elena Camargo Uribe

Editorial, Ciudad, Año: Norma S.A., Bogotá D.C., 2004 Edición: Primera

TEXTO N° 2

Título del libro: Soluciones matemáticas 4

Autores: Juan Robinson, Ascencio, Yoana Carolina Martínez, Luz Stella Alfonso Orozco y Luisa Fernanda Nivia Romero.

Editorial, ciudad, año: Escuelas del Futuro.2006

Edición: Primera

TEXTO N° 3

Título del Libro: Amigos de las matemáticas 4

Autores: Ahidén Molina, Camacho, Juan de Jesús Roa, Martha Lucia Acosta

Mahecha, Anneris del Rocío Joya Vega

Editorial, Ciudad, Año: Editorial Santillana, Bogotá, Colombia, 2006. Edición: Edición para el docente.

Para diferenciar los problemas en dichos textos se tomaron las siguientes consideraciones:

Los libros de texto se designaron respectivamente con las letras Y, A y S

- *El número antes de la letra P es quien indica*
- *P: página en la que se encuentra el problema*
- *El número después del guión es el número que indica la numeración de los problemas de matematización encontrados.*

Libro 1. Designado con la letra Y

Y5p124-12

Es decir que del libro 1, Conexiones Matemáticas el quinto problema que aparece en la página 124 es el problema de matematización número 12.

Libro 2. Designado con la letra A

A5P111-70

Es decir que del libro 2, Soluciones Matemáticas, el quinto problema que aparece en la página 111 es el problema de matematización número 70.

Libro 3. Designado con la letra S

S12P181-103

Es decir que del libro 3, Amigos de las Matemáticas, el doceavo problema que aparece en la página 181 es el problema de matematización número 103.

Se debe tener en cuenta que las editoriales de estos textos se escogieron bajo los siguientes criterios:

Se escogieron editoriales diferentes que publicaran una serie de libros en educación básica.

- Las editoriales escogidas y las series de libros son las series como mayor aceptación y comercialización por parte de los docentes en los diferentes colegios y escuelas de la ciudad de Cali. **Amud y Valencia (2008)**
- Son textos escolares que han sido publicados después de la divulgación de los lineamientos curriculares para el área de educación matemática en 1998 y los estándares de calidad del año 2003, de acuerdo a lo establecido por el ministerio de Educación Nacional.

Ahora bien, para alcanzar los diferentes objetivos para el proyecto, se consideraron las siguientes fases:

Primera fase: Estudio del marco teórico, los antecedentes relacionados con los trabajos en didáctica sobre los números racionales y la comprensión de textos bajo la perspectiva semiótica-cognitiva. **Segunda fase:** Elaboración una rejilla de análisis de los problemas encontrados en los tres libros mencionados anteriormente. **Tercera fase:** Construcción de la clasificación de los problemas ubicados en la rejilla de análisis, con el objetivo de identificar y caracterizar, para observar la presentación de dichos problemas, sus posibles tratamientos, el cual sería una posible tipificación de los problemas propuestos bajo las perspectiva semiótica cognitiva. **Cuarta fase:** Esta fase se centró en la caracterización, discriminación y ejemplificación de los resultados encontrados en las fases anteriores, dichos resultados se articulan en este documento, Documento que da cuenta del cumplimiento y desarrollo de los propósitos de este trabajo de grado.

CAPITULO 2

LOS PROCESOS INVOLUCRADOS EN LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN

2 LOS PROCESOS INVOLUCRADOS EN LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN

En este segundo capítulo se desarrollará parte del marco teórico con relación, específicamente a los procesos que se involucran en los problemas de matematización como los son el tener claridad sobre los registros de representación semiótica, las operaciones en dichos registros de representación, la actividad matemática y el uso de los registros de representación y finalmente la importancia de la lengua con relación a los problemas de matematización. El desarrollo de los procesos mencionados anteriormente, darán cuenta de situaciones evidentes y en algunos casos poco evidentes en procesos implicados en la simple presentación o resolución de los problemas de matematización, dichas situaciones serán ejemplificaran con los problemas de matematización.

Duval (2004b), habla de representaciones semióticas por la naturaleza misma de las operaciones que se ponen en juego con los tratamientos y a la naturaleza de los medios de acceso a los objetos matemáticos. Desde esta perspectiva, el aprendizaje de las matemáticas consiste más en la ganancia de habilidades y competencias en los distintos registros de representación y su funcionamiento (tratamientos y conversión), que en el conocimiento y reproducción de los contenidos propuestos. Veamos entonces, como es que no podemos pensar los problemas de matematización por fuera de unos procesos que demarcan las acciones de construir la respuesta por parte de los estudiantes.

2.1 LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Como bien sabemos, en toda actividad matemática se necesita de un conjunto de representaciones, en nuestro caso diversos registros de representación. En palabras de R. Duval, no hay un conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación. Es por ello que es importante iniciar este recorrido teórico, a partir del estudio de aquellos elementos que caracterizan las representaciones, las representaciones semióticas y sus respectivos sistemas.

Ahora bien, si semánticamente⁸ se da una definición a representación bastaría con decir que representar es la acción que hace presente algo a partir de palabras o figuras. Sin embargo, hablar de representaciones va más allá de un simple concepto, puesto que la variabilidad del empleo del término es tan grande que cuando se emplea se corre el riesgo de equivocaciones por parte del interlocutor, es así que del término representación se suscitan tres oposiciones: lenguaje/imagen, mental/material, subjetivo/objetivo (Duval, 2004a).

2.1.1 La oposición lenguaje/imagen En términos de la psicología cognitiva hay problemas que suscitan del pasaje de una imagen a una frase e inversamente, además de que son mucho menos evidentes de lo que habitualmente se supone. No basta tener una imagen frente a los ojos para ver lo que hace falta ver, es decir, para ver la relación con un enunciado que la describe o que precisa un aspecto.

⁸ El término semántica se refiere a los aspectos del significado, sentido o interpretación del significado de un determinado elemento, símbolo, palabra, expresión o representación formal. En principio cualquier medio de expresión (lenguaje formal o natural) admite una correspondencia entre expresiones de símbolos o palabras y situaciones o conjuntos de cosas que se encuentran en el mundo físico o abstracto que puede ser descrito por dicho medio de expresión

Es decir, debe tenerse claro que no basta con tener una imagen en frente para identificar la relación que ella establece con el enunciado y todo lo que puede suscitar de la relación entre la imagen y el enunciado.

Por ejemplo: Observemos el siguiente problema de matematización⁹



Si estas flores representan $\frac{2}{3}$ de las especies que hay en el jardín de Manuela. ¿Cuántas especies de flores hay en el jardín?

Enunciado de problema Y6p121-6¹⁰

En el caso del ejemplo anterior al observar la imagen se podría pensar en ¿Cuáles son las especies de las plantas? ¿Es necesario saber los nombres biológicos de cada una de las especies? ¿Están definidas las especies por los colores de las flores? ¿Cómo es que cuatro flores tan diferentes representan las $\frac{2}{3}$ partes de las especies en todo el jardín? ¿Es suficiente observar la imagen para saber qué operación debe realizarse para llegar a la respuesta del cuestionamiento que se pide? Es claro que no es suficiente con la imagen que aparece para identificar la relación entre el enunciado y la imagen y muchos menos las relaciones operacionales entre la intención del enunciado.

⁹ Problema de matematización, Véase definición de matematización en el Capítulo 1, Página 2

¹⁰ Problema de matematización del libro 1. Conexiones Matemáticas 4. Editorial Norma

2.1.2 La oposición subjetivo/objetivo Esta oposición basada en los términos de conocimientos desde Platón y Aristóteles “ciencia” y “opinión”.. La ciencia (Objetivo) es el modo de conocimiento que resulta de una explicitación cuya validación ha sido ejecutada en actividades de exploración, de construcción y verificación que son controlables y cuyo alcance está sometido a la confrontación de varios puntos de vista en debates, discusiones... La opinión (subjetivo) es un modo de conocimiento en el cual las cosas se admiten independientemente de toda validación. Así, la percepción, en tanto implica el juicio de que las cosas son tal cual cómo se las ve, proviene de la creencia.

En nuestro contexto se podría decir que todo lo que se explicita en un problema de matematización se podría dar por entendido, de acuerdo a las creencias del sujeto, sin tener en cuenta la interpretación a partir de lo objetivo(ciencia), es decir sus definiciones, propiedades y operatividad.

Por ejemplo:

*La señora Salome tiene 3 sandias para vender. Partió cada una de ellas en 5 partes iguales de las cuales ha vendido 2. ¿Qué fracción de sandia le queda por vender?**

Texto del problema Y5p124-12

En el enunciado anterior se refieren a una cantidad de sandias, específicamente 3, después se indica que la acción que se realiza sobre las 3 sandias, que es partidas en 5 partes iguales, y finalmente se indica que se han vendido 2.

De esas 2 que se vendieron no es claro si es de la cantidad de sandias enteras o si es de los pedazos que se partieron. Para tener claridad sobre esto pensar que

el estudiante indique que son 2 de la sandias, es aceptable debido, pues como se dijo anteriormente, la interpretación puede ser objetivo desde lo que él entiende, con base a sus creencias y demás. Pero si por el contrario se piensa en que son 2 pedazos con respecto a las partes de las sandias, y ahí se podría decir que es con relación a que tiene en consideración que por tratarse de un problema de matematización con fracciones pues es objetivo (ciencia) al pensar que se debe es considerar las 2 partes de la partición realizada.

Se podría pensar en dos conclusiones grandes, la primera que pareciera que toda representación tiene dos caras, la interpretada por el sujeto, y la interpretación objetiva (ciencia) que le puede dar, considerando todas las implicaciones, como operaciones, normas, situaciones, etc. Y la segunda que un elemento no explicito, no lleva a los lectores a un mismo lugar, el espacio que la intención del lector tengo puede llevar a múltiples interpretaciones sin necesariamente pensar en la que el autor se pensó.

2.1.3 La oposición mental/material. Interpretada como la oposición entre los conceptos (independientes de todo lenguaje y de todo sistema de signos) y los medios exteriores de comunicación o de expresión. Se le interpreta igualmente como la oposición entre el significado y el significante, como si los elementos constitutivos de un signo pudieran separarse, como si pudiera haber un significante que no tuviera ningún significado.

Ejemplo:

Andrés y sus amigos han comido siete novenos de pizza de pollo y cuatro novenos de pizza mexicana. ¿Qué fracción de pizza de pollo más que de pizza mexicana han comido?

Enunciado de problema S5P170-92¹¹

¹¹ Tomado del libro 3. Véase capítulo 1 página ...

Con respecto al ejemplo podría decirse que hacerse a la idea mental de una pizza es cuasi instantánea, ya sea pensar en la pizza de pollo y mexicana con sus respectivas presentaciones, pero ¿Hacerse la idea mental de ello permite que el estudiante concretice (material) lo que le propone el problema y pueda realizar mentalmente la relación entre lo que pide matemáticamente?

Es decir, como si se pudiera pensar en que los números que se presentan de la forma $\frac{a}{b}$ no tuviesen ningún significado, el cual les permita definir unos criterios básicos de operatividad. En otras palabras un número presentado de esta forma $\frac{a}{b}$, no se puede pensar por fuera de las fracciones y sus operaciones. Retomando el ejemplo pensarse en las pizzas con respecto a su apariencia no garantiza que dicha representación mental, sea con respecto a la expresión numérica fraccionaria que se presenta. Por lo tanto, un signifiante es lo que se evoca a partir de la representación mental que se haga, y otra muy diferente la representación del objeto matemático que se presenta, en este caso la representación de expresiones fraccionarias.

Con respecto a los registros de representación, (DUVAL, 2004b) los problemas planteados por las representaciones¹² no tienen que ver tanto con saber reconocerlas puesto que su único rasgo común (“alguna cosa que se tiene en lugar de alguna otra cosa”) es suficiente para eso. Los problemas planteados son el de su heterogeneidad y el del pasaje de una forma de representación a otra.

Si las representaciones pertenecen a un conjunto heterogéneo y diverso, entonces dos representaciones de un mismo objeto podrían tener contenidos diferentes, es decir el contenido de una representación puede ser diferente, pero conserva lo

¹² En lugar de hablar de sistema semiótico de representación, hemos escogido el término “registro”... Hablar de registro de representación semiótica y no solamente de representación semiótica va en el sentido de que se consideren prioritariamente las posibilidades de transformar una representación semiótica en otra representación semiótica. Y no en el sentido de que se consideren las representaciones semióticas en un proceso de comunicación que busca saber cómo puede ser codificado un mensaje o cómo puede comprender un destinatario una representación semiótica. (Duval, 2004b)

que está siendo representado, es decir el objeto. Por tal motivo es importante distinguir las producciones cognitivas.

Ejemplos:

Al referirse a “la mitad de” se pueden considerar algunas de las siguientes representaciones

- 0.5
- $\frac{1}{2}$
- 50%

Sin embargo cada uno de estas representaciones conserva lo representado, es decir, a pesar de que se refieran a lo mismo tienen una significación operatoria diferente.

A pesar de los diversos enfoques acerca de las representaciones, es claro que en el campo de la actividad matemática es necesario una gama amplia de sistemas de representación que signifiquen al objeto, y a su vez permitan identificar el sistema que las produjo. De ahí, que cada representación no presente las mismas propiedades o las mismas características del objeto, y como cada registro de representación tiene un conjunto de reglas constitutivas que determinan las representaciones en él producidas, entonces no se puede comprender una representación independiente del sistema en donde se produjo.

Ahora bien, se debe considerar que con relación al objeto y sus representaciones existen pues tres posibles vínculos de las producciones cognitivas con, la primera es una vinculación de sentido doble que corresponde a que el sujeto ya ha visto el objeto que le es presentado, o tiene la posibilidad mediante instrumentos para percibirlos, es decir, no hay opción a que haya confusión entre la representación y el objeto, la comprensión del objeto representado está dado a partir de las experiencia, la memoria, o la situaciones en que han sido registradas. La segunda

vinculación es *en sentido único*: el objeto es descubierto a partir de las representaciones, el sujeto descubre el objeto a través de sus representaciones. Por ejemplo, es el caso de la geografía, y como se reconocen sus objetos de estudio, como los mapas, puede ser fácil el reconocimiento del objeto a partir del instrumento. La tercera vinculación, indica que solo a partir de las representaciones el sujeto tiene acceso al objeto. Es el caso de todos los objetos que se consideran “idealizados”. Ahora bien, es esta la vinculación en donde se adhiere el conocimiento matemático, pues es en este donde se encuentra que el objeto no es perceptible al sujeto, sin embargo debe tenerse mucho cuidado para no caer en el error de confundir los objetos y sus representaciones.(Duval, 2004a)

Un sistema semiótico comporta *reglas*, más o menos explícitas, que permiten *combinar los signos entre sí de tal manera que la asociación formada tenga también un sentido*. Las posibilidades de combinación son las que le dan a un sistema semiótico su potencia inventiva y la permiten efectuar a su interior transformaciones de expresión o de representación. Estas reglas determinan el funcionamiento del sistema, su sintaxis en sentido amplio.

Cada sistema semiótico, pues, puede tener un funcionamiento diferente: no todos los sistemas tienen las mismas reglas y algunos sistemas semióticos pueden ser más exigentes que otros. (Duval, 2004b)

2.2 OPERACIONES EN LOS REGISTROS.

Ahora bien, en un sistema de representación, se tiene la posibilidad de la transformación de las representaciones en otras representaciones, e inherente a esta posibilidad, está el factor de la actividad intelectual, es decir, las actividades cognitivas con relación al sujeto que reconoce y realiza las transformaciones de las representaciones semióticas, para elaborar nuevas representaciones, se identifican tres actividades cognitivas ligadas a los sistemas de representación. La

primera, es con relación a la formación de las representaciones, bien sea para expresar una representación mental o evocarla en un registro; las otras dos actividades están relacionadas con la transformabilidad de las representaciones en otras representaciones que conserven el contenido de la representación inicial o bien sea parte del contenido. Cuando se hable de la transformación de una representación en un mismo registro, se hablara de la actividad de tratamiento, pero cuando haya un transformación del objeto en un registro diferente al de partida se estará hablando de conversión.

2.2.1 Actividad cognitiva: Formación. La formación de una representación es el recurso a unos signos para actualizar la mirada de un objeto o sustituir la visión de ese objeto. Los actos más elementales de formación según los registros son algunos como, la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno, la codificación de relaciones o algunas propiedades, etc. Estos actos son interesantes solo en la medida de que las representaciones estén implícita o explícitamente articuladas en representaciones de orden superior, frase, imagen, tabla,...esta articulación en representaciones de orden superior depende de las posibilidades de estructuración propias al sistema empleado. Por tanto, es importante que la formación de representaciones respete las reglas inherentes al sistema empleado. Estas son las reglas de conformidad, una representación no debe salirse del dominio definido por las reglas que constituye el sistema donde se produce. Duval 2004.

Las reglas de conformidad son aquellas que definen el sistema de representación y los tipos de unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro...Las reglas, pues, permiten el reconocimiento de las representaciones como representaciones en un registro determinado. (Duval, 2004b).

Existen tres reglas de conformidad que son:

- la determinación de unidades elementales, es decir, los elementos que determinan ese registro ya sea símbolos, vocabulario. Por ejemplo, en las fracciones el símbolo que separa el numerador del denominador, o que conforma la fracción como un número de la forma $\frac{a}{b}$ es una rayita, rayita que en otro contexto diferente podría significar un segmento de recta o podría ser el espacio para completar o añadir una respuesta.
- Las combinaciones admisibles de unidades elementales, es decir una vez determinadas las unidades elementales, se pueden formar unidades de nivel superior, en el siguiente ejemplo observemos el uso de la rayita o segmento, que es considerado para completar una respuesta o palabra faltante, y no como los espacios que faltan para completar las partes de una fracción, esto es una unidad de nivel superior.

Ejemplo

4. Natalia compró 24 chocolates. Regaló la tercera parte a Manuel y le dio a su hermana $\frac{3}{8}$ de ellos.

a. ¿A cuál de los dos le dio más chocolates Natalia? _____.

b. ¿Cuántos chocolates le dio a cada uno? _____.

Enunciado de problema Y4p141-29

Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: es decir las reglas que se establecen y se dan en ese registro con respecto a las unidades elementales. Esto quiere decir, que en el registro numérico fraccionario hay unas reglas como lo son la designación de sus elementos de la forma $\frac{a}{b}$, los cuales solo se dan en ese registro y cuyas propiedades u operaciones dentro de este registro están limitados a cierto orden y

manejo, como lo son que el número de la parte superior sea el numerador y el número de la parte inferior el denominador, y cada una de estas partes tenga un función.

- Las reglas de conformidad permiten identificar los rasgos de una representación, sin embargo el conocimiento de las reglas no es suficiente para la comprensión o exploración de las representaciones dadas.

2.2.2 Actividad cognitiva: Tratamiento. La segunda actividad cognitiva es la del tratamiento, que es la transformación de una representación en otra representación de un mismo registro, esta se considera una transformación interna al registro. Que la transformación sea interna ofrece posibilidades específicas de tratamiento, que generan unas reglas de tratamiento propias de cada registro, reglas que identificarán, reconocerán y permitirán la posibilidad de la transformación del objeto.

Es importante tener en cuenta que aunque se realicen diversos tratamientos posibles en un registro, lo que realmente importa es el objeto representado y el registro en el que se está efectuando el tratamiento, puesto que un tipo de tratamiento depende de las posibilidades del funcionamiento de la representación de cada registro. Cada registro favorece un tipo de tratamiento.

Por último la actividad de conversión que es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de ese mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro (Duval. 2004b, P. 46).

2.2.3 Actividad cognitiva: Conversión. Se considera que la conversión es una transformación externa relativa al registro de la representación de partida, es decir se conserva la referencia del objeto pero no las mismas propiedades de la representación del objeto. Teniendo en cuenta que hay un cambio de registro en la conversión, esta presenta dos características: la primera, es que la conversión deba estar orientada, dado que es necesario precisar el registro de partida y el registro de llegada; y la segunda, es que la conversión puede ser congruente o no congruente, es decir, en algunos casos el pasaje de un registro a otro se hace de manera casi espontánea, la congruencia será cuando la representación del registro de partida es transparente a la representación en el registro de llegada; en otros casos, la representación del registro de partida se hace opaca y no deja pensarse como una representación en el registro de llegada. Se hablará entonces de no-congruencia. Además, el paso entre dos representaciones de un mismo objeto puede ser congruente en un sentido y no congruente en el otro (Duval, 2004a. P.41). Hablar de no congruencia es referirse al encapsulamiento de los registros entre sí.

Hay tres criterios de correspondencia para saber si son o no congruentes los registros con los que se está tratando.

1. *La correspondencia semántica de los elementos significantes*, como su nombre lo indica es la posibilidad de una correspondencia semántica de los elementos significantes, es decir, a cada una de las representaciones del registro de partida, se puede asociar una unidad significativa de las representaciones del registro de llegada.
2. *La univocidad semántica*, consiste en que a cada unidad significativa de la representación de partida no le corresponde más que una única unidad significativa de la representación de llegada.

3. *Correspondencia en el orden*, consiste en el arreglo de las unidades que componen cada una de las representaciones. Es pertinente solo cuando estas tienen el mismo número de dimensiones.

Estos tres criterios permiten determinar la congruencia entre dos representaciones semióticamente diferentes y que, al menos parcialmente, representan el mismo contenido. Dos representaciones son congruentes cuando hay correspondencia semántica entre sus unidades significantes, univocidad semántica terminal y el mismo orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones (Duval, 2004b. P. 53)

2.3 LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Reconocemos entonces que en la actividad matemática el uso de los registros de representación es importante, y a su vez que las actividades cognitivas: formación, tratamiento y conversión, son actividades que permiten identificar mas allá de las simple representación del objeto, sino que se transforma y se desglosa a partir de las unidades significantes de cada registro y la aprehensión de un objeto en diversos registros de representación. Pero ¿cuáles son los registros que se utilizan en la actividad matemática?

En la actividad matemática se puede establecer una clasificación de los registros de representación que en ella intervienen (Duval, 2004a), según esta existen 4 tipos de registros movilizados en matemáticas. De una parte, hay registros discursivos y registros no discursivos. Los registros discursivos son los que utilizan una lengua. Estos registros permiten la formación de proposiciones o la transformación de estas proposiciones y expresiones; tienen dos características pueden ser verdaderas o falsas y pueden “derivarse” las unas de las otras. Por otra parte, los registros no discursivos son configuraciones de formas u organizaciones.

Se puede decir que “...Los registros discursivos permiten describir, inferir, razonar, calcular, mientras que los registros no discursivos permiten visualizar lo que nunca es dado de manera visible” (Duval 2004, p. 34). Teniendo en cuenta que un discurso hace referencia al mundo, se podría decir que, los problemas propuestos en los textos escolares de una u otra forma hacen uso de la lengua para referirse a un mundo, es decir que se encuentran aquellos problemas que dependen de un aspecto extra matemático para llegar a la resolución de lo matemático, y son estos los del interés de este trabajo.

De otra parte, están los registros plurifuncionales y los registros monofuncionales. Los registros plurifuncionales son registros que se utilizan en todos los aspectos de la vida, social y cultural, y tienen la ventaja de prestarse a un amplio marco de tratamiento.

Estos registros derivados son de alguna manera especializados en un solo tratamiento. De allí, su carácter “técnico”, es decir, “formal”: **las reglas que determinan el empleo de los signos y de los símbolos se hacen exclusivamente en función de su forma.** Esto es lo que, por lo demás, los hace más potentes y más seguros que los que son efectuados en un registro plurifuncional. (Duval, 2004b. P. 35)

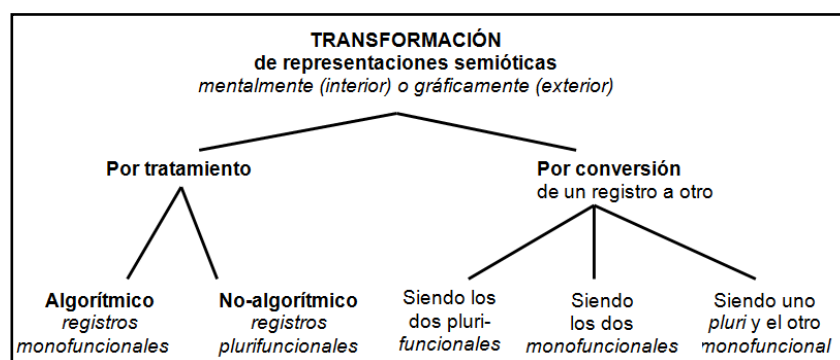


Gráfico 6. **Los diferentes tipos de actividad cognitiva requerida en matemáticas.**
(Duval 2004a, P.37)

Por lo tanto, se hace evidente que el uso de diversos registros permite un desarrollo diferente de la representación que será de gran utilidad para la aprehensión del sujeto del objeto matemático.

2.4 LA IMPORTANCIA DE LA LENGUA Y LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN.

Centrando el interés en los registros discursivos, debe tenerse claro que nombrar los objetos que se refieren al mundo no es suficiente para decir que hay un discurso. Para decir que, en el empleo de una lengua, hay un discurso deben cumplirse unas condiciones: nombrar objetos, decir cosas de los objetos nombrados, poder definir grupos de información que aludan al contenido y los valores de estos.

La primera función de una lengua es permitir designar objetos, esta función moviliza un complejo juego de operaciones discursivas.

1. *La operación de designación pura*: esta función consiste en identificar y designar un objeto es decir como los nombres propios, identifican a alguien o algo.

Ejemplo:

Lorena ha bebido tres cuartos de litro de leche y su hermano Lucas ha bebido dos cuartos de litro más que Lorena ¿Qué cantidad de leche ha bebido Lucas?

Enunciado de problema S5P170-92

En el caso anterior referirse a “Lorena” es la identificación de un sujeto que realiza la acción.

2. *La operación de categorización*, consiste en identificar un objeto con base en una de sus cualidades, en el cual se emplean sustantivos, verbos o adjetivos calificativos.

Ejemplo:

Un grupo de 30 monos se distribuye así: hay un macho dominante, $\frac{2}{5}$ de la manada son hembras, $\frac{1}{2}$ son jóvenes y $\frac{7}{20}$ son crías. ¿Cuántas hembras hay en el grupo? ¿Qué fracción de la manada representan los jóvenes y las crías?

Enunciado del problema A5P115-79

Referirse a “macho dominante”, “Hembras”, “Jóvenes” y “crías” son cualidades con las que se nombra y se identifica los 30 monos de los que se hablan.

3. *La operación de determinación* consiste en precisar el campo de aplicación de la operación de categorización.

Ejemplo:

Considerando el ejemplo anterior *Enunciado del problema A5P115-79*, se debe resaltar que referirse a “macho dominante”, “Hembras”, “Jóvenes” y “crías” más que cualidades con las que se nombra y se identifica los 30 monos de los que se hablan, el campo que lo determina es el de los animales y ese determinante permite saber algunas características y funciones no explícitas.

4. *La operación de descripción* consiste en identificar un objeto después de varias operaciones de categorización.

Ejemplo:

Nuevamente refiriéndonos al ejemplo *Enunciado del problema A5P115-79*, es claro que no dejan de ser ni animales, ni monos por nombrarlos de diversas maneras, “macho dominante”, “Hembras”, “Jóvenes” y “crías”

De la misma manera en que se designan objetos, hay un léxico cuando nombro algo. Considerando que nombrar no es precisamente de manera oral, sino, el poner un nombre a algo. Un léxico es un conjunto de elementos (signos, símbolos, o palabras) que permiten marcar explícitamente el cumplimiento de las operaciones que contribuyen cumplir la función referencial. Existen dos grandes tipos de léxico.

- *Un léxico es sistemático* cuando un conjunto de objetos elementales y sus designaciones por medio de símbolos arbitrarios.
- *Un léxico es asociativo* cuando el léxico de partida remite a la diversidad de objetos y de fenómenos del medio físico y del entorno sociocultural diferente al de llegada. Los léxicos asociativos son, evidentemente los propios de las lenguas naturales. Es decir que la referencia a los objetos se hace a través de expresiones que asocian varios elementos del léxico.

En la siguiente tabla¹³, se mostrara las cuatro operaciones y las formas asociadas al registro de Lengua Natural.

Operaciones de la función referencial	Formas de expresión correspondientes a las operaciones en las lenguas naturales
Designación pura	Deícticos(indica a una persona), nombres propios
Categorización	Sustantivos, adjetivos, calificativos, verbos
Descripción	Construcciones genitivas, proposiciones relativas
Determinación	Artículos, adjetivos y pronombres indefinidos

Gráfico 7 Operaciones de la función referencial y formas asociadas

Se debe tener en cuenta que una lengua también debe permitir que se pueda decir cualquier cosa sobre los objetos que designa¹⁴, y decir algo sobre a lo que se

¹³ Tabla 1. Duval b, 2004.p100

¹⁴ Designa: Nombra, se refiere.

refiere¹⁵ Las operaciones de la función apofántica son dos: *La primera* consiste en vincular expresiones de propiedad, relación o acción con una expresión que designe los objetos.

La segunda operación consiste en lo llamado para Austin “acto ilocutorio”, es decir, el acto que, a través de la producción del enunciado este obtiene un valor social de acto que compromete al locutor o al destinatario.

Ahora bien, para que una proposición sea un enunciado completo en el registro de lengua natural, no basta con que haya una operación de predicación sino que es necesario que lo haga de un acto ilocutorio. Las proposiciones y las frases que provienen de una operación de predicación son unidades que pueden tener dos estructuras internas muy diferentes: la estructura remática y la estructura funcional¹⁶. El primer tipo de estructura interna es característica del registro de las lenguas naturales y el segundo lo es de las lenguas formales. La forma de una unidad apofántica de estructura remática se identifica por la combinación de un verbo, con o sin expansión, y de una expresión que cumple una función referencial.

En las unidades apofánticas es importante reconocer las variaciones redaccionales de un texto, estas tienen que ver esencialmente con la manera como se explicita un contenido cognitivo en la comprensión de una unidad apofántica¹⁷, en relación con lo anterior se pueden tener enunciados cuyo contenido se considera redaccionalmente explícito o implícito. En una unidad apofántica lo redaccionalmente explícito, es el objeto de una tematización. Pero lo

¹⁵ Función apofántica.

¹⁶ Definición estructura funcional con la aclaración de que no aparece en este grado de escolaridad 8 pág. 109 – 110)

¹⁷ R. Duval. 2004B. pág. 286

que solamente es el objeto de una mención no puede considerarse como implícito, pero tampoco puede considerarse como redaccionalmente explícito. Lo consideraremos como redaccionalmente mencionado.

Así pues, se pueden distinguir tres factores de variación redaccional en un texto. El primero tienen que ver con la escogencia de elementos (objetos, relaciones, estados de hecho...) que son explicitados, es decir, que son nombrados con una expresión que cumple una función referencial, o tematizados a través de una expresión que cumple una función apofántica (frase).

El segundo, más trivial, es relativo a la escogencia de las expresiones referenciales o apofánticas para tematizar los elementos que se quiere explicitar. El tercero concierne el orden de presentación de los elementos explicitados. Es decir el orden de sucesión de las frases. Pero también los elementos que, en cada frase, son explicitados a través de una expresión referencial y que por tanto están en una posición de sujeto gramatical del verbo principal. Estos tres factores de variación determinan lo que se llama organización redaccional de un texto.

Ejemplificaremos con el siguiente problema de matematización los tres factores de variación redaccional para distinguir la organización redaccional en un texto.

S2P168-90

- 7/15 del territorio de África es salvaje, mientras que en Norteamérica la fracción de territorio salvaje es 19/50 ¿Que continente tiene mayor fracción de territorio salvaje?

Enunciado del problema S29168-90

Referirnos a que es claro los elementos que se explicitan las cantidades a que aluden, por otro lado hay dos expresiones apofánticas que son “ $\frac{7}{15}$ del territorio de África es salvaje” y la segunda En Norteamérica a fracción de territorio salvaje es

¹⁹/₅₀ expresiones que explicitan la cantidad de territorios salvajes. Finalmente la presentación de los elementos explicitados en la primera unidad apofántica se nombra primero la cantidad y luego a que alude dicha cantidad, y en la segunda unidad apofántica se explicita primero el territorio y luego si explicita la cantidad. Los elementos nombrados hacen parte de la organización redaccional del enunciado del problema de matematización.

Además se tiene que no es suficiente con que una lengua solo permita expresar enunciados completos, sino que también debe permitir vincularlos, es decir poder armar hilos conductores de la información que aseguren la continuidad de lo que se expresa. Las formas asociadas a esta vinculación son las que permiten reconocer en un grupo de frases, el propósito. Es decir no un grupo de frases sin ningún hilo conductor. A esta función que permite vincular los enunciados producidos le llamaremos función de expansión discursiva. El asunto sobre la expansión discursiva de un enunciado entonces no debe ligarse con el de la organización de un texto o una actividad específica. Tal asunto concierne diferentes formas por las cuales una unidad apofántica puede producirse en continuidad discursiva con otra unidad apofántica dada.

La similitud entre una unidad apofántica inicial y la generada por expansión, se determina en relación con los significantes que constituyen a cada una de las dos respectivamente.

La invarianza referencial entre dos expresiones diferentes establece una continuidad temática entre las frases que las contienen, mientras que la diferencia de sentido entre las expresiones referencialmente equivalentes permite que la segunda frase constituya un progreso discursivo en la relación con la primera, a esto se le llama similitud semántica. Es suficiente para reconocer una similitud semiótica o una similitud semántica ente los dos enunciados la utilización de la lengua.

Cuando no se requiere ningún conocimiento de definiciones, principios, de leyes o de datos específicos a un dominio, hablaremos entonces de similitud interna entre los dos enunciados. El caso interesante es cuando el paso es directo, es decir, cuando se requiere del rodeo, explícito o implícito, por tener un enunciado. Cuando hago uso de un tercer enunciado entonces similitud externa...y cuando no hago uso de ello es porque similitud interna.

No hay expansión discursiva de un enunciado que no se base en la combinación de una similitud semiótica o semántica y de una similitud interna y externa. Obtenemos así, las cuatro formas de expansión discursiva posibles en el registro de una lengua.

- La expansión lexical se basa en el principio de una recuperación plurívoca de lo que aparece como una misma unidad lexical, sea bajo un modo fonético acústico un grafico visión visual, es decir hilos conductores que se entrelacen. (Duval, 2004b. P. 119)

Ejemplo: *“R con R cigarro R con R barril, rápido ruedan los carros por la carretera del ferrocarril”*

- La expansión natural se caracteriza por el empleo común de la lengua. Moviliza simultáneamente la red semántica de una regla natural y los conocimientos pragmáticos propios al medio sociocultural de los locutores (Duval, 2004b. P. 120) Es decir se refiere al universo de significados que puede llegar a tener y utilizar los locutores frente una situación en nuestro caso frente a los problemas de matematización.

Ejemplo:

S5P170-92 a

- Lorena ha bebido tres cuartos de litro de leche y su hermano Lucas ha bebido dos cuartos de litro más que Lorena ¿Qué cantidad de leche ha bebido Lucas?

Enunciado problema S5p170-92a

El universo de significados a los que se pudiese referir hablar de lo que se ha bebido es con respecto a la cantidad, quizás, en donde se sirvió, quien lo sirvió, qué se sirvió, si estaba acompañado con algo más, sin embargo todo está referido a la cantidad que se “bebió”.

- La expansión formal se caracteriza por la aplicación de reglas sustitución que se basan exclusivamente en símbolos que representa variables o preposiciones, independientemente de su significación. Estas reglas permiten obtener una nueva aserción a través de la sustitución de símbolos en una acción de partida. (Duval, 2004b. P. 120)

Ejemplo: Un ejemplo claro a esta expansión son las demostraciones. Siempre aplicando una serie de reglas y pasos para llegar a lo que es pedido.

- La expansión cognitiva se caracteriza por un empleo especializado de la lengua natural. El léxico asociativo utilizado se neutraliza gracias a que no expresa más que las significaciones establecidas por las definiciones, por los enunciados de resultados demostraciones.

Ejemplificar la expansión cognitiva tiene que ver bajo nuestro interés con las respuestas a los problemas de matematización, dado que el estudiante llega a los posibles respuestas teniendo siempre en cuenta lo que se le pidió, y la información que se le presento.

Finalmente, hay varios aspectos que deben quedar claros, el primero de ellos es que los problemas de matematización, solo pueden referirse a la expansión natural, dado que está hace alusión al universo de significados a los que se remiten; se podría considerar y como se dijo anteriormente en la expansión cognitiva, solo si consideraran las respuestas dadas por los estudiantes, pero es claro que no es nuestro objetivo.

Otro aspecto a considerar es que una lengua debe permitir también situar un enunciado en relación con otros enunciados, según el empeño que el locutor ponga en lo que enuncia o incluso en la relación que quiere establecer con el interlocutor. Esto quiere decir que una lengua debe permitir explicitar en el enunciado mismo la manera como el locutor emplea la lengua para decir lo que quiere decir y que según sea el valor de verdad de una función este dependerá únicamente del valor de sus argumentos y de un conjunto que no cambie por el cambio de designación de uno de sus elementos. (Duval, 2004b. P.123)

CAPITULO 3

3. TIPIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN EN LOS TEXTOS ESCOLARES.

En este tercer capítulo se darán a conocer los diferentes tipos de problemas de matematización que se encuentran en los textos escolares. Además se explicitarán y explicarán los criterios de análisis de los problemas de matematización puesto que es importante conocer el por qué y su implicación en la tipificación de los problemas de matematización. La tipificación está dada por la utilización de una rejilla de análisis para el diagnóstico e indagación de los problemas de matematización propuestos en los textos escolares escogidos. Ahora bien, a partir de los registros de representación semiótica en los que se presentan los problemas de matematización, la organización y elementos de información dada en los enunciados, además de las complejidades cognitivas de los diferentes tipos de problemas de matematización.

3.1 PROCESO DE ANÁLISIS METODOLÓGICO

El proceso de análisis estuvo guiado por los interrogantes planteados¹. En primer lugar, desde una perspectiva semiótica cognitiva, se analizaron las clases de enunciados y se realizó una clasificación de éstos en los problemas de matematización presentes en tres libros de texto del grado cuarto de primaria al respecto del inicio de la construcción de los racionales. En segundo lugar, se adelantó la identificación de las variables que caracterizan cada enunciado de los

¹ Véase Capítulo 1, Páginas

problemas de matematización propuesto en los libros. Y por último, la sistematización, la caracterización y la explicitación de los enunciados de los problemas de matematización elegidos.

Para así evidenciar, explicitar y ejemplificar las características de los enunciados de los problemas de matematización en los libros de texto, lo cual dará paso a una clasificación de estos; una clasificación que da cuenta de la complejidad de factores que intervienen en los enunciados de los problemas propuestos en los libros de texto, como: el análisis matemático (tratamientos aritméticos del registro numérico fraccionario), los significados o constructos de fracción: Como parte o partes de la unidad, como división, como resultado de una medida, como operador, como razón. O desde los elementos implicados en la comprensión de texto incluyendo los elementos semióticos propios de dichos enunciados.

Para realizar un análisis que permitiera la tipificación de los problemas, se contó con varios tipos de rejillas para identificar los distintos tipos de problemas de matematización que se encontraron y así se pudiese llegar a la clasificación de los mismos. Sin embargo algunos intentos fueron fallidos. A continuación se explicarán las rejillas con las que se inició el proceso y su correspondiente transformación para poder lograr los objetivos de este trabajo.

3.1.1 Primera rejilla de análisis. La primera de las rejillas consideraba cuatro campos organizados de manera vertical (columnas):

1. Enunciado: Se presentaba un problema de matematización propuesto en lengua natural, o lengua natural acompañado de gráficos, iconos, etc. identificado mediante la nomenclatura que se construyó.
2. Información: Buscaba señalar qué información se presentaba en el enunciado.
3. Pregunta explícita: Si la pregunta se presentaba de manera clara y explícita en el enunciado.

4. Pregunta Implícita: Si la pregunta no era explícita y era remplazada por enunciados que debían completarse.

ENUNCIADO	Información	Pregunta explicita	Pregunta Implícita
Y4p116-0 De los 5 anaqueles de la biblioteca, hay 3 ocupados por enciclopedia y el resto por libros de literatura latinoamericana. Representa por medio de una fracción: a. La parte de la biblioteca ocupada por las enciclopedias b. La parte de la biblioteca ocupada por los libros de literatura latinoamericana	<ul style="list-style-type: none">• 5 anaqueles• 3 ocupados por enciclopedia• el resto por libros de literatura latinoamericana		<p>a) La parte de la biblioteca ocupada por las enciclopedias</p> <p>b) La parte de la biblioteca ocupada por los libros de literatura latinoamericana</p> <p>Se dice que las preguntas son implícitas pues aparecen en forma de enunciado y sin signos de pregunta</p>
Y5p118-1 William tiene en su repisa de miniaturas algunos espacios libres. Observa y completa los enunciados escribiendo la fracción correspondiente. a. Los – de la repisa están ocupados, y los – de la repisa están libres. b. Si estuvieron ocupados 2 espacios más, entonces habría – de la repisa libre.	<ul style="list-style-type: none">• Que la repisa tiene algunos espacios libres.		<p>a) Los – de la repisa están ocupados, y los – de la repisa están libres.</p> <p>b) Si estuvieron ocupados 2 espacios más, entonces habría – de la repisa libre</p>

x	x
x	x
x	x
x	x
x	x

Gráfico 4. Ejemplo de la primera rejilla de análisis, aplicada a dos de los problemas

Ahora bien, considerando que los campos empleados no eran suficientes para definir claramente una clasificación de los enunciados de los problemas, pues no contaban con los elementos suficientes para evidenciarlos, se decidió iniciar la construcción de una nueva. Sin embargo de la primera, se evidenciaron algunos aspectos como por ejemplo que los problemas contaban con información en algunos casos no muy clara, y que todos los problemas no tenían preguntas de manera explícita frente a la información presentada en el enunciado.

3.1.2 Segunda rejilla de análisis. Se inició el trabajo con una segunda rejilla que estaba organizada de la siguiente manera:

En la primera fila de la parte superior se encontraba el problema de matematización, y a partir de ésta, se disponía de cuatro columnas con 4 campos:

1. Registros de representación: Este campo evidenciaba aspectos relacionados con las actividades de formación, tratamiento y conversión del problema, tanto en la formulación de éste como los posibles pasos que se realizan para llegar a una respuesta.
2. Información / proposiciones / cuestionamiento: Este campo evidenciaba la información que redaccionalmente tenía el problema y cuál o cuáles eran los cuestionamientos a los que se refería.
3. Elementos explicitados: En este campo como su nombre lo indica, mostraba claramente los elementos explicitados en el problema.
4. Formas gramaticales: En este campo se observaban aspectos tales como la utilización de los tiempos verbales, las preposiciones, y formas lingüísticas que interfieren directamente con la comprensión del enunciado del problema propuesto.

<p align="center">A1P114-75 Lucas mide la mitad de la estatura de su padre. Si su padre mide 196 cm, ¿Cuánto mide Lucas?</p>			
REGISTROS DE REPRESENTACIÓN	INFORMACIÓN/ PROPOSICIONES /CUESTIONAMIENTO	ELEMENTOS EXPLICITADOS	FORMAS GRAMATICALES
<p>En primera instancia se debe decir que el enunciado aparece en Lengua Natural, aunque hay un registro numérico con el cual se trabajará. El registro numérico que aparece hace alusión a la estatura del sujeto mencionado 196CM</p> <p>TRATAMIENTO NUMÉRICO -la mitad de la estatura de su padre- Teniendo en cuenta que cuando se habla de la mitad de algo es dividirlo en 2 partes iguales. A. $196 \div 2 = 98$ Por lo tanto Lucas mide 98 cm que equivalen a la mitad de la estatura de su padre.</p>	<p>Lucas mide la mitad de la estatura de su padre.</p> <p>El padre mide 196 cm</p> <p>¿Cuánto mide Lucas?</p>	<p>La estatura del padre 196 CM</p> <p>La estatura de Lucas es la mitad de la de su padre.</p>	<p>En este enunciado solo se emplea un verbo: el verbo mide, en las unidades de información El sujeto: Lucas, es mencionado en la primera y última unidad segmentada. El verbo se maneja en el mismo tiempo, y refiriéndose a lo mismo, es decir a la estatura del padre de Lucas (PREDICADO) La información está dando los datos necesarios para ubicar la respuesta de manera explícita. De igual manera la pregunta que se plantea también inmediata, que hace referencia a la estatura de uno de los sujetos que se ha mencionado en la primera unidad. La palabra <DE> es una preposición que indica que los datos que se presenten tendrán una transformación a partir de lo presentado como. ¿Cuál es el significado de la transformación que tendrán las cantidades? Que me indica que en esta proposición el tratamiento posible sería la división de 196 entre 2, o la operación de $196 \times \frac{1}{2}$</p>

Gráfico 5. **Ejemplo de la segunda rejilla de análisis, aplicada a dos de los problemas**

Esta rejilla permitió evidenciar aspectos influyentes en los problemas de matematización tales como: La utilización de diversas actividades cognitivas como el tratamiento y la conversión, la presentación de los enunciados en lengua natural o lengua natural acompañada de gráficos, iconos, etc.,. Además se observa que la información se organiza a partir de proposiciones que sólo están separadas por puntuación, que los elementos explicitados -en algunos casos redundantes- son

aspectos fundamentales para la interpretación y finalmente, que hay aspectos gramaticales o lingüísticos que influyen directamente con la comprensión del enunciado del problema de matematización. Por ejemplo, aspectos como la diversidad en el uso de los tiempos gramaticales de un verbo para referirse al mismo verbo o en algunos casos acciones, el uso de la proposición “de” que indican la operatividad sobre la cantidades nombrados de forma multiplicativa en muchos de los casos, aspecto que no son tan evidentes y que marcan grandes diferencias en la resolución de los problemas propuestos.

Sin embargo, la disposición de la información en esta rejilla aun no permitió la organización de los problemas de matematización en una clasificación y sus respectivas clases. Como aún no había claridad en los aspectos analizados a través de la rejilla, era necesario la construcción de una nueva que complementara los intentos fallidos de las anteriores y considerara nuevos criterios, así resultó la rejilla 3.

3.1.3 Tercera rejilla de análisis. Esta rejilla conservaba la organización de la rejilla 2, es decir, la presentación del enunciado en la parte superior, y de manera vertical, se conservaron los registros de representación, con dos nuevos campos, el de la organización de las proposiciones y una última que se refería a las formas de expresión lexical con respecto a las operaciones de función referencial. Con una nueva organización de manera vertical de diferente forma a las mostradas anteriormente.

Entonces los campos verticales que se consideraron fueron:

1. Registros de representación: Explicitar la formación, los posibles tratamientos y conversiones en el problema de matematización
2. Organización de las proposiciones (unidades apofánticas): En primer lugar mostrar la organización del enunciado a partir de proposiciones, en segundo, la identificación de la unidad matematiza en cada una de las

proposiciones y finalmente los elementos que se explicitaban en las proposiciones.

3. Formas de expresión lexical (Operaciones de la función referencial):
Evidenciar en cada una de las proposiciones la operaciones de la función referencial²

² Ver capítulo 2 páginas 45 y 46.

PROBLEMA DE MATEMATIZACIÓN				
Y4p121-5 *Ana María tenía 24 carros de colección y le dio la mitad a Jaime y la tercera parte a Estefanía. ¿Cuántos carros le quedan a Ana María después de repartirlos?				
REGISTROS DE REPRESENTACION	FORMACION El enunciado está presentado en lengua Natural, hay una combinación entre la presentación 24 carros, es el todo, Cuando hay un enunciado y se presenta en lengua natural y el problema es de fracción parece que se requiere de que las cantidades sean explícitas en el registro numérico fraccionario. En este caso, el todo está representado por la cantidad de elementos de un conjunto. El conjunto de carros de colección “24 carros” esta cantidad será transformada por dos cantidades una que se refiere a “la mitad” y otra a la “tercera parte”. Cuando se refiere a la mitad, antes de la transformación a la cantidad total, es la transformación de conversión de la palabra-cantidad “la mitad” y “la tercera parte”. Véase en la casilla de conversión. La producción de las operaciones de transformación de la cantidad total, es decir los 24 carros con relación a “la mitad” y “un tercio” implicaran unos tratamientos, y dichos tratamiento resultara una cantidad final, que se ha conseguido a partir de transformaciones con cantidades en registro numérico fraccionario Que producirán una cantidad entera.	ORGANIZACIÓN DE LAS PROPOSICIONES (unidades apofánticas)	PROPOSICIONES 1. Ana María tenía 24 carros de colección 2. Le dio la mitad a Jaime 3. la tercera parte a Estefanía 4. ¿Cuántos carros le quedan a Ana María después de repartirlos? La información dado está dando los datos necesarios para ubicar la respuesta de manera explícita. De igual manera la pregunta que se plantea también inmediata, que hace referencia a la estatura de uno de los sujetos que se ha mencionado en la primera unidad.	FORMAS DE EXPRESION LEXICAL. (operaciones de la función referencial)
	TRATAMIENTO Tratamiento 1: $\frac{1}{2} \text{ ratam } \frac{24}{2} = 12 \text{ carros}$ $\frac{1}{3} \times 24 = \frac{24}{3} = 8 \text{ carros}$ Por lo tanto, $12 \text{ carros} + 8 \text{ carros} = 20 \text{ carros}$ entonces a Ana María le sobraron 4 carros. Tratamiento 2: conjunto de 24 carros, primer tratamiento la mitad de los 24 carros, segundo la tercera parte de los 24 carros.		UNIDAD MATEMÁTICA DE CADA PROPOSICIÓN 1. 24 carros 2. La mitad de los 24 carros 3. La tercera parte de los 24 carros 4. 4 carros	
	CONVERSIÓN Teniendo en cuenta que 24 carros es el todo. La conversión de esta expresión en una expresión numérica fraccionaria sería: $\frac{24}{24}$ } La unidad, el total de los carros de colección. “La mitad” = $\frac{1}{2}$ } expresión numérica fraccionaria de “la mitad” “La tercera parte de...” = $\frac{1}{3}$ } expresión numérica fraccionaria de “La tercera parte de...”		ELEMENTOS EXPLICITADOS 1. El todo son 24 carros 2. La parte quien transformara el todo “la mitad” 3. La parte quien transformara el todo “la tercera parte” 4. Hay una cantidad nueva a partir de las transformaciones de la cantidad total de carros y esta es la cantidad que sobra.	

Gráfico 6. Ejemplo de la tercera rejilla de análisis, aplicada a un problema. El contenido de las columnas ha sido sintetizado para efectos de este ejemplo.

Esta rejilla aparece un poco más “madura” dado que discrimina más aspectos del problema. El trabajo con esta nueva rejilla pone de manifiesto un mayor nivel de análisis, un estudio minucioso a partir de cada proposición que formaba el enunciado del problema de matematización. Sin embargo fue necesario realizar un cruce vertical y horizontal en las rejillas, de tal manera que se pudiesen identificar los tipos, categorías y/o clases de problemas de matematización, y aunque era claro lo que se quería realizar, la organización de la rejilla aun no mostraba cómo construir diferentes grupos, categorías, clases, que permitiesen la clasificación buscada.

Finalmente, considerando aspectos como los registros de representación, las formas de presentación de la información y algunos aspectos considerados en las rejillas anteriores. Además de la de aspectos de importancia y la claridad con que debía realizarse un cruce entre aspectos horizontales y verticales que permitieran los grupos a clasificar de los problemas de matematización.

3.1.4 Rejilla final de análisis. Como se mencionó anteriormente esta rejilla debía permitir un cruce entre los problemas de acuerdo con los elementos teóricos alrededor de la perspectiva semiótica. Por ello se consideraron dos grandes aspectos, el primero con respecto a las transformaciones de la información (campo vertical) y la segunda con respecto al contexto como generador de la comprensión de los enunciados en los problemas de matematización. Esta versión final y definitiva no explicita muchos de los campos que se tuvieron en cuenta en las rejillas anteriores, sin embargo reafirman lo encontrado en los problemas de matematización al tratar de clasificarlos.

3.1.4.1 Campos verticales, transformaciones a partir de la información presentada en el enunciado de los problemas de matematización. En los campos verticales se consideró cómo la información del enunciado permite evidenciar las transformaciones operacionales, en este campo se identificaron 4 categorías a saber:

1. La primera categoría, es aquella en donde con la información presentada en el enunciado (que puede estar acompañado de un gráfico) se reconoce fácilmente el único procedimiento que se debe realizar. Es decir, no hay mayor complejidad en saber que la única operación es encontrar un número, en este caso una fracción que represente la información presentada.
2. La segunda categoría, es aquella en donde a partir de la información dada en el enunciado (que puede estar acompañado de un gráfico) en algunas situaciones se reconoce que la operación requerida es una suma o resta de fracciones.
3. La tercera categoría, es aquella en donde a partir de la información presentada en el enunciado se encuentra que las transformaciones o procedimientos necesarios para resolver el problema hacen uso del producto o de la comparación de cantidades.
4. La última y cuarta categoría, es aquella en donde a partir de la información presentada en el enunciado se encuentra que las transformaciones o procedimientos necesarios para resolver el problema requieren de más de una operación.

En este sentido, dichas categorías tienen que ver con los registros de representación, es decir, cómo pueden los estudiantes ubicar a partir de la información presentada en el enunciado (Formación) qué tipo de operaciones son las pedidas.

En los campos verticales se destaca el uso de las representaciones semióticas y sus actividades cognitivas como son: Formación, Tratamiento y Conversión, frente a ello podemos retomar que (1996, P.77)

Las representaciones semióticas son representaciones cuya producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico así, las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lengua natural, en lengua formal), o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas...) Esta producción no responde única o necesariamente a una función de comunicación: puede también responder sólo a una función de objetivación (para sí) o una función de tratamiento. Es claro que los enunciados de los problemas su producción discursiva es presentada en lengua natural y que en algunos casos es acompañadas de expresiones no discursivas como las mencionadas anteriormente.

En primera instancia se debe destacar que en los problemas de matematización analizados existe un desarrollo de los registros de representación. Es decir, el recurso a diversas formas de representación para comunicar las relaciones y el contexto en que se presenta el problema de matematización. En segunda instancia, los tratamientos que se pueden realizar para llegar a la posible respuesta, sin obviar que esto se logra considerando la diversidad de registros de representación. De igual forma se considera la conversión, la utilidad de los diversos registros y pasar de un registro a otro, logra que se importante la utilidad, pues es de la utilidad de la representación de un objeto en una representación diferente a la inicial en donde las características de cada registro evidencia formas diferentes del registro de representación. En palabras de Duval (1996, P.85):

... los desarrollos se efectúan por diferenciación funcional. Un proceso de diferenciación puede hacerse de diferentes maneras: por la adaptación a objetos o por un cambio de función luego de la activación de las

posibilidades existentes. Es de esta manera que se puede decir que los registros de representación se desarrollan.

Sin embargo, el hecho de que se involucren los registros de representación y haya diversidad de representaciones no garantiza la comprensión de.... Ahora bien, (autor??1996, P.89) no es suficiente que haya un desarrollo de cada registro. Igualmente es necesario que los diferentes registros de los que el sujeto dispone o que la enseñanza se esfuerza por hacérselos adquirir, se coordinen. La coordinación se manifiesta por la capacidad de reconocer en dos representaciones diferentes representaciones del mismo objeto. Ahora bien, esta coordinación no tiene nada de espontáneo.

3.1.4.2 Campos horizontales, el contexto como generador de la comprensión de los enunciados en los problemas de matematización. En esta parte se analiza cómo en la redacción, en la formulación de la pregunta o en la situación presentada en el enunciado del problema de matematización hay elementos que complejizan la comprensión tanto del problema como de lo pedido por el problema. Entonces se consideraron las 4 siguientes categorías.

1. Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara: En esta categoría, en el enunciado las expresiones numéricas son bastante claras, es decir, la claridad es respecto al campo de acción con relación al universo propuesto a partir de la situación extra matemática, situación que se puede entender como contexto.
2. Relación numérica/mundo clara y no hay claridad en la situación extra matemática: En esta categoría, en el enunciado las expresiones numéricas son claras, sin embargo el universo de significados en que se podrían pensar hace

que la expresión numérica se vuelva un poco ambigua al relacionarse con la situación extra matemática (contexto).

3. Relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática: En esta categoría, en el enunciado las expresiones numéricas no son claras, no se sabe a qué hacen referencia, sin embargo la situación extra matemática (contexto) es concebible en el universo de significados que se puedan relacionar.
4. No hay claridad en la relación numérica/mundo ni en la situación extra matemática: En esta categoría, no existe claridad de ningún tipo, el enunciado es ambiguo puesto que las expresiones numéricas no conservan claridad frente a lo que se refieren y el universo de significados a los que se pudiese remitir es confuso.

En estos campos horizontales se retoma que los problemas de matematización, al desarrollar sus registros de representación, se entienda la importancia de la noción de redacción aquella que permite diferenciar la producción de un texto de la del discurso oral. Cabe cuestionarse sobre ¿Todos los enunciados de los problemas de matematización son presentados en lengua natural?

La segmentación de la información en los problemas propuestos, se encuentra lo que redaccionalmente se considerara como lo explícito, en relación con la actividad de comprensión, lo que es el objeto de una tematización en una actividad apofántica. Aunque en estas categorías no se hagan explícitas las actividades apofántica y referencial para la construcción de las mismas y su descripción, son estas quienes en contenido median cada categoría.

Con respecto a la información en los enunciados de los problemas de matematización se puede retomar la importancia de ello a partir de las siguientes criterios según (Duval, 2004) El primero es relativo a la escogencia de elementos

(objetos, relaciones, estados de hecho...) que son explicitados, es decir, que son nombrados con una expresión que cumple una función referencial, o tematizados a través de una expresión que cumple una función apofántica (frase). El segundo, más trivial, es relativo a la escogencia de las expresiones referenciales o apofántica para tematizar los elementos que se quiere explicitar. El tercero concierne al orden de presentación de los elementos explicitados. Este orden es evidentemente un orden de tematización que se refleja en la sucesión de las frases. Pero conciernen también los elementos que, en cada frase, son explicitados a través de una expresión referencial y que por tanto están en una posición de sujeto gramatical del verbo principal. Este orden tiene que ver con las categorías en tanto las expresiones referenciales, conciernen con el tipo de información de los enunciados y la implicación del orden en la información.

Ahora bien, se describieron los campos verticales y horizontales al cruzarse estos tendrán como resultado los tipos, clases y la clasificación de los problemas de matematización, de este cruce se podrán identificar 16 categorías. El cruce de las categorías explicitadas anteriormente permitió identificar la relación entre los problemas de matematización, además, de posibilitar el análisis de estas categorías en una sola rejilla que evidencie todos los problemas de matematización.

3.2 ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN

En este apartado se describe el análisis que arrojó el cruzar las categorías verticales con las horizontales dando como resultado las dieciséis (16) clases de problemas de matematización que se pueden presentar y se ilustra con un ejemplo representativo cada clase.

Cabe señalar que los problemas de matematización que se encontraron en los tres (3) libros de texto fueron ciento tres (103), de estos se analizaron finalmente setenta y tres (73) problemas.

La siguiente tabla describe las dieciséis (16) clases de problemas de matematización encontrado analizados.

Ahora bien, como se mencionó anteriormente el resultado de cruzar las categorías verticales con las horizontales dio como resultado las 16 clases de problemas de matematización. La siguiente tabla retoma el cruce de tales categorías:

Descripción de las categorías	Existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.	Existe una única operación de suma y resta.	Existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.	Existe más de una operación.
Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara	1.	2.	3.	4.
Relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática	5.	6.	7.	8.
Relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática	9.	10.	11.	12.
No hay claridad en la relación numérica/mundo y la situación extra matemática	13.	14.	15.	16.

Gráfico 7 *Rejilla final de análisis*

3.2.1 Clase 1: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y Existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario. Esta clase presenta los problemas de matematización que muestran la relación numérica/mundo y situación extra matemática clara, es decir, que el enunciado de las expresiones numéricas son bastante claras, así es fácil entender la relación entre esa expresión las expresiones numéricas y el contexto en donde se nombran. La claridad es respecto al campo de acción con relación al universo propuesto a partir de la situación extra matemática, situación que se puede entender como contexto. Además de que la información presentada está acompañada de un gráfico o el sólo enunciado y se reconoce fácilmente el único procedimiento que se debe realizar, no se requiere de mayor complejidad para identificar la operación que permite encontrar una solución. En este tipo de problemas se requiere encontrar un número, expresado en un registro numérico fraccionario, que represente las relaciones presentes en la información dada.

Ejemplo:

Y4p119-3

La siguiente tabla muestra el pronóstico del tiempo del mes de junio. De acuerdo con la tabla:

- ¿Qué parte del mes estará lluvioso?
- ¿Qué parte del mes estará con nubes? c. ¿Qué parte del mes será soleado?



El enunciado del problema está acompañado de un gráfico que cuenta con la información del problema de matematización. El contexto en el que se presenta el problema es conocido, pues se refiere a los días del mes de Junio, y con relación a esos días se cuestiona sobre el pronóstico del tiempo, ambas situaciones conocidas. Si observamos el gráfico del mes de junio, podemos identificar íconos para los diferentes tipos de días: Días soleados, días nublados, días de lluvia y las

posibles representaciones de los estados del tiempo. Las tres preguntas en relación a la información son claras, se puede decir ello, dado que en cada uno de los enunciados de la pregunta se refieren a “qué parte del mes” frase que hace que se remita el gráfico de información. Sin embargo, justamente, un estudiante puede proceder por conteo y decir que la parte del mes es del 10 al 14 por ejemplo, allí no estaría estableciendo relaciones parte todo como se espera lo haga. En ese sentido es que la claridad solo se encuentra en la situación extra matemática, es decir el calendario.

Básicamente para dar respuesta a los cuestionamientos bastaría con el conteo de los días con relación a la cantidad de días del mes, esta relación estaría representada por una fracción.

Tratamiento:



Considerando los días del mes de Junio que son 30. Se realiza el conteo para encontrar las relaciones pedidas en los cuestionamientos

1. ¿Qué parte del mes estará lluvioso?

Considerando que los iconos donde aparecen nubes, rayos gotitas de lluvia representa el mes lluvioso, se procede a contarlos. En total son 10. La relación con respecto al mes sería $\frac{10}{30}$, que representa que 10 de los 30 días del mes de Junio es lluvioso.

2. ¿Qué parte del mes estará con nubes?

Nuevamente se debe realizar el conteo de los días en que los iconos en el calendario muestran días con nubes. En total son 11. Por lo tanto la relación con la cantidad de días del mes sería $\frac{11}{30}$, 11 de los 30 días del mes de Junio estarán nublados.

3. ¿Qué parte del mes será soleado?

Finalmente el mismo conteo se debe realizar, observando los días en donde los iconos sean soles. En total son 9. Entonces la relación sería $\frac{9}{30}$, 9 de 30 días de Junio serán soleados.

3.2.2 Clase 2: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de suma y resta. Esta clase presenta los problemas de matematización en donde relación numérica/mundo y situación extra matemática clara. En el enunciado las expresiones numéricas de los problemas son bastante claras, es decir, es fácil entender la relación entre esa expresión, la claridad es respecto al campo de acción con relación al universo propuesto a partir de la situación extra matemática, situación que se puede entender como contexto además de que a partir de la información, del enunciado o gráfico se reconoce fácilmente la operación que se requiere ya sea una suma o resta.

Ejemplo:

Y3p147-42

Mamá preparó un litro de jugo. Mis hermanos y yo tomamos $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuánto jugo quedó?

El enunciado no está acompañado de ningún gráfico y está compuesto de tres proposiciones: La primera da la información de la acción que se ejerció, la

segunda proposición establece una relación con la acción a saber, se tomaron una cantidad (parte) del jugo que se preparó, la última proposición alude a la pregunta que se formula.

La situación extra matemática es clara dado que la acción de preparar un jugo y que un grupo de personas tome parte del mismo, es algo coloquial. Ahora bien, la operación que se debe realizar está dada por la parte que sobró del jugo después de que se tomaran cierta cantidad, es decir $\frac{3}{4}$.

Tratamiento

Se debe realizar una resta entre la cantidad de jugo que se tomó, y la cantidad total la cual equivale a todo el litro de jugo.

Es confuso para el tratamiento la palabra litro, pues se podría entender como que es la medida que se busca, además no se identifica de manera inmediata la relación entre $\frac{3}{4}$ y litro para poder restar las cantidades y hallar una respuesta.

Considerando que quien realice el tratamiento tiene claridad frente a la noción de unidad se puede realizar la siguiente equivalencia

$$1 \text{ litro de jugo} = \frac{4}{4}$$

Además se tiene que las cantidades son de naturalezas iguales, tanto la cantidad de jugo que se tomaron, como la unidad referida a la equivalencia en fracción al litro de jugo que se tenía al inicio.

Cantidad de jugo que se tomaron: $\frac{3}{4}$

Unidad: Litro de jugo (equivalencia): $\frac{4}{4}$

Se debe realizar entonces una resta entre Litro de jugo (equivalencia): $\frac{4}{4}$ y Cantidad que se tomaron: $\frac{3}{4}$

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4 - 3}{4} = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, quedo $\frac{1}{4}$ de jugo.

3.2.3 Clase 3: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.

Esta clase presenta los problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara, así como en el enunciado las expresiones numéricas son bastante claras, es decir es fácil entender la relación entre esa expresión y la situación extra matemática se puede entender como contexto. Además que son los problemas en donde a partir de la información presentada en el enunciado o gráfico, su transformación procedimental son aquellos problemas de matematización donde se hace uso del producto o de la comparación de cantidades.

Ejemplo:

Y7p137-22

Clara y Jairo dividieron una pizza en 8 partes iguales. Clara comió $\frac{1}{4}$ de la pizza y Jairo $\frac{1}{2}$ de la pizza. Escribe en octavos la cantidad de pizza que comió cada uno y especifica el número por el cual se debe complicar o simplificar cada fracción.

Con relación al ejemplo, la información presentada en el enunciado del problema es bastante clara. La primera proposición se refiere a la acción realizada por Clara y Jairo, que dividieron una pizza en 8 partes iguales. La segunda proposición especifica la cantidad de pizza que cada uno comió, $\frac{1}{4}$ de la pizza se comió Clara y $\frac{1}{2}$ de la pizza se comió Jairo. Finalmente, la última proposición alude al cuestionamiento “Escribe en octavos la cantidad de pizza que comió cada uno y especifica el número por el cual se debe ampliar o complicar cada fracción”.

De este enunciado se reitera que la presentación de la información es clara, dado que el referente, cantidades de partes en las que se partió la pizza, es diferente a las expresadas que se comieron, una se encuentra en cuartos y otra en medios.

Ahora bien, esta información es suficiente para realizar el procedimiento que consiste en amplificar cada una de las fracciones, es decir buscar números que al realizar una multiplicación dé como resultado 8 que es la cantidad de partes en que se dividió la pizza.

Tratamiento:

$\frac{1}{4}$ De la pizza se comió Clara, debemos amplificar la fracción por 2.

$$\frac{1}{4} \text{ poner el signo por una equis } \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$$

Es decir que $\frac{2}{8}$ de la pizza se comió Clara.

$\frac{1}{2}$ De la pizza se comió Jairo, debemos amplificar la fracción por 4

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$$

Es decir que $\frac{4}{8}$ de la pizza se comió Juan.

Por lo tanto, el anterior problema tuvo que amplificar las fracciones dadas por 2 y 4 respectivamente.

3.2.4 Clase 4: Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara existe más de una operación. Esta clase presenta los problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara. A partir de la información acompañada o no de gráfico, se evidencia que los problemas de matematización para su transformación operacional se requieren de más de una operación. También se debe decir que en esta clase en el enunciado de los problemas de matematización las expresiones numéricas son bastante claras, es decir es fácil entender la relación entre las expresiones.

Ejemplo:

Y4p121-5

Ana María tenía 24 carros de colección y le dio la mitad a Jaime y la tercera parte a Estefanía.
¿Cuántos carros le quedan a Ana María después de repartirlos?

Es clara la información suministrada por el enunciado del problema de matematización.

P1: Ana María tenía 24 carros de colección.

P2: Le dio la mitad a Jaime y la tercera parte a Estefanía.

P3: ¿Cuántos carros le quedan a Ana María después de repartirlos?

En la primera proposición es clara la cantidad de carros que tiene Ana María, en la segunda proposición se indica la cantidades que transformarán la cantidad total de los carros de Ana María. Debe aclararse que a pesar de ser clara la información hasta el momento, no es instantáneo para todo el mundo identificar las palabras número que su representación es una fracción el caso de las cantidades nombradas en la proposición 2, “la mitad” y la “tercera parte”.

Tratamiento:

“La mitad” = $\frac{1}{2}$ parte que le dio a Jaime

“La tercera parte” = $\frac{1}{3}$ parte que le dio a Estefanía

En primer lugar indicaremos las partes que regalo a Jaime y Estefanía respectivamente.

Se debe realizar un producto entre la cantidad de carros y la cantidad que se regaló.

$$24 \times \frac{1}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cantidad de carros regalados a Jaime.}$$

$$24 \times \frac{1}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ cantidad de carros regalados a Estefanía.}$$

Ahora bien, Ana María en total regaló $12 + 8 = 20$ Carros de su colección.

Por lo tanto, $24 - 20 = 4$ carros de colección le quedaron a Ana María después de haber regalado “la mitad” y “la tercera parte” de sus carros de colección.

3.2.5 Clase 5: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario. Los problemas de matematización que pertenecen a esta clase son aquellos en donde la información presentada acompañada de un gráfico o sólo a partir del enunciado se reconoce fácilmente el único procedimiento que se debe realizar para encontrar una respuesta. Es decir, no implica mayor complejidad saber que la única operación requerida es encontrar un número (fracción) que represente la información presentada. Sin embargo en la relación numérica/mundo no hay claridad en la situación extra matemática. Ahora bien, aunque en el enunciado las expresiones numéricas son claras, en el universo de significados en que se podrían pensar hace que el problema de matematización se vuelva un poco ambiguo al relacionarse con la situación extra matemática (contexto).

Ejemplo:

Y6p128-15

El vendedor de naranjas empaca 5 unidades por bolsas, si tiene 19, ¿Cuántas bolsas llena y qué fracción de bolsa puede llenar? Escribe tu respuesta como un número mixto.

En el anterior ejemplo podemos decir que hay claridad en tanto, las expresiones numéricas son conocidas, y son cantidades que fácilmente cualquiera pudiese reconocer, al igual que la situación de venta en el que se plantea el problema.

La información suministrada en el enunciado es la siguiente:

- El vendedor empaca 5 unidades por bolsa
- Tiene 19 (Esta implícito que ese 19 hace referencia a la cantidad de naranjas que tiene el tendero)
- La pregunta es: ¿Cuántas bolsas llenas y qué fracción de bolsa puede llenar? Escribe tu respuesta con un número mixto.

Este problema resulta un poco ambiguo dado que pareciese redundante la información, o más bien es que al 19 se le pueden asignar dos referentes diferentes; Sin embargo, cuando se refiere “tiene 19” se podría pensar en que es la cantidad de de bolsas que tiene o pensarse en que hace referencia a la cantidad de naranjas que tiene.

Tratamiento:

Considerando la información suministrada podemos relacionar la cantidad de naranjas por bolsa, y la cantidad de naranjas que hay en total.

La relación estaría dada de la siguiente manera $\frac{19}{5}$, que indican que hay 19 naranjas que se empacan en una bolsa por cinco unidades.

Como $\frac{19}{5}$ es una fracción impropia, toda fracción impropia se puede representar en un número mixto, al realizar una división entre el numerador y denominador y dar un orden, un número mixto indica las partes enteras y la fracción de cualquier situación.

19 no se puede dividir exactamente entre 5. Lo más cerca que puedes quedarte (sin pasarte) es: $3 \times 5 = 15$, que es 4 menos que 19.

Así que la respuesta a $19 \div 5$ es:

$$19 \div 5 = 3 \text{ R } 4$$

Hacemos la prueba de la multiplicación: $5 \times 3 + 4 = 19$

La representación en número mixto sería: $3\frac{4}{5}$, es decir que hay 3 bolsas llenas y en la otra solo hay 4 naranjas de 5 que deberían haber. Sin embargo, debe tenerse en cuenta procesos procedimentales y relaciones de suma y multiplicación que debe hacer el estudiante para proceder de esta manera, pues el objeto matemático número racional a la luz de las características se pueden evidenciar a través del registro de representación fraccionario.

3.2.6 Clase 6: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta. En esta clase de problemas existe una relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática: En esta clase de problemas en el enunciado las expresiones numéricas son claras, sin embargo el universo de significados en que se podrían pensar hace que el problema se vuelva un poco ambiguo al relacionarse con la situación extra matemática (contexto). La operación indica fácilmente las operaciones a realizarse suma o resta.

Ejemplo:

Y4p143-33

Marlén usó $\frac{2}{3}$ de metro de tela azul y $\frac{4}{3}$ metros de tela blanca para hacer una bandera para el desfile del día deportivo. ¿Cuántos metros de tela empleó Marlén para hacer la bandera?

La información dada en el enunciado del problema de matematización es el siguiente:

- Marlen usó $\frac{2}{3}$ de metro de tela azul
- También uso $\frac{4}{3}$ de metros de tela blanca
- ¿Cuántos metros de tela empleó Marlén para hacer la bandera?

Coloquialmente al referirse a metros de algo, se habla en cantidades enteras, no en fracciones, esto hace que el contexto en donde se desarrolle el problema se vuelva un poco ambiguo o en otras palabras hasta impensable. Sin embargo, la operación propuesta en el enunciado se considera una suma entre las cantidades.

Tratamiento:

Cantidades utilizadas para realizar la bandera:

$\frac{2}{3}$ De metro de tela azul

$\frac{4}{3}$ De metros de tela blanca

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{4 + 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Por lo tanto, se utilizaron 2 metros de tela para hacer la bandera.

3.2.7 Clase 7: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. En esta clase los problemas de matematización a partir de la información presentada en el enunciado o gráfico su transformación procedimental son aquellos problemas de matematización donde se hace uso del producto o de la comparación de cantidades. La relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática, en el enunciado las expresiones numéricas son claras, sin embargo el universo de significados en que se podrían pensar hace que se vuelva un poco ambigua al relacionarse con la situación extra matemática (contexto).

Ejemplo:

Y7p153-53

Simón está haciendo su tarea. Le piden hallar los $\frac{2}{3}$ de la mitad de 300 y le preguntan si será igual que hallar $\frac{1}{2}$ de los dos tercios de 300. Ayúdale a contestar esta pregunta a Simón y justifiquen sus respuestas.

Si observamos el problema de matematización anterior, podemos decir:

Que la parte numérica se refiere a “hallar partes de algo”, además de que las cantidades son conocidas.

“ $\frac{2}{3}$ de la mitad de 300”

“ $\frac{1}{2}$ de los dos tercios de 300”

Frente a las cantidades presentadas anteriormente es que se espera responder acerca de si ambas cantidades son iguales después de las transformaciones

El problema es un poco ambiguo, quizás por la manera de presentación de las cantidades unas en número y otras en palabras número, ambas deben realizar una transformación entre ellas u otra de las cantidades presentadas, en otras palabras es el tipo de registro, uno registro numérico y el otro en registro de lengua natural que resalta la ambigüedad en este tipo de problemas. Debido a esto, el universo de significados posibles en que se puede pensar esa actividad matemática es ambiguo, ambiguo porque no es sencillo trabajar con registros diferentes y realizar transformaciones sobre ellas de manera cuasi instantánea.

Tratamiento:

Si bien es cierto, a pesar de la ambigüedad del contexto donde se presenta el problema de matematización, el tratamiento que se debe realizar es reconocible y se trata de un producto “hallar partes de algo” Ahora bien, hallar las partes de algo, es importante puesto que la operación a realizarse es una multiplicación, multiplicación que se presenta o se da a partir de

“ $\frac{2}{3}$ de la mitad de 300”, hay una palabra que representa un número, “la mitad” es decir $\frac{1}{2}$.

Entonces la frase quedaría aun más compleja pero solucionable. $\frac{2}{3}$ De $\frac{1}{2}$ de 300, en principio se realiza el producto de las dos primeras cantidades fraccionarias.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6} \times 300 = \frac{600}{6} = 100$$

Ahora realizaremos

“ $\frac{1}{2}$ de los dos tercios de 300”. Nuevamente hay una palabra numero “dos tercios”, es decir $\frac{2}{3}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6} \times 300 = \frac{600}{6} = 100$$

Al realizar los productos ambas cantidades son iguales, puesto que en el producto el orden de los factores no altera el resultado. Reiteramos que lo ambiguo de es este problema es la manera como presentan las cantidades, haciendo utilidad, de palabras número y de expresiones numéricas fraccionarias y enteras.

3.2.8 Clase 8: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. En esta clase los problemas de matematización a partir de la información acompañada o no de gráfico se evidencia su transformación operacional se requieren de más de una operación, Relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática: En esta categoría en el enunciado las expresiones numéricas son claras, sin embargo el universo de significados en que se podrían pensar hace que la se vuelva un poco ambigua al relacionarse con la situación extra matemática (contexto).

Ejemplo:

Y5p124-12

La señora Salome tiene 3 sandías para vender. Partió cada una de ellas en 5 partes iguales de las cuales ha vendido 2. ¿Qué fracción de sandía le queda por vender?

En el enunciado del anterior problema son identificables las expresiones numéricas; las expresiones numéricas que aparecen son números enteros.

Del enunciado anterior tenemos la siguiente información:

- La señora Salome tiene 3 sandías para vender
- Partió cada una de ellas en 5 partes iguales
- De las cuales se han vendido 2
- ¿Qué fracción de sandía le queda por vender?

Cuando en el enunciado se refiere a “De las cuales se han vendido 2” no especifica de que parte se vendieron las dos, de las 3 sandías iniciales o de cuando se realizaron las particiones, ello hace que se vuelva ambiguo el problema puesto que no es claro el referente, además de que todas las cantidades nombrados son números enteros y la relación que se pide en el cuestionamiento es un relación en términos de expresiones fraccionarias.

Tratamiento:

3 sandías se van a partir en 5 partes iguales.

$$\begin{aligned} & 3 \text{ (cantidad de sandias)} \times 5 \text{ (partes en las que se va a dividir las sandias)} \\ & = 15 \text{ (partes de la sandia)} \end{aligned}$$

Considerando el orden de aparición de la información, consideremos que al referirse a “De las cuales se han vendido 2” se refiere a 2 de las 15 partes que salieron al realizar la partición de las 3 sandías iniciales.

$$= 15 \text{ (partes de la sandia)} - 2 \text{ (partes que se han vendido)} = 13^*$$

La relación representada en registro numérico fraccionaria es:

$$\frac{13 \text{ partes no vendidas } \cancel{\text{que sandias}}}{15 \text{ total de partes de la sandia}} = \frac{13}{15}$$

3.2.9 Clase 9: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario. En esta clase de problemas el enunciado las expresiones numéricas no son claras, no se sabe a qué hacen referencia, sin embargo la situación extra matemática (contexto) es concebible en el universo de significados que se puedan relacionar. La información presentada en el enunciado está acompañada de un gráfico o el solo enunciado se reconoce fácilmente el único procedimiento que se debe realizar. Es decir, no se requiere de mayor complejidad saber que la única operación es encontrar un número es decir una fracción que represente la información presentada.

Ejemplo:

S3P180-99

De una docena de flores se han marchitado 3. ¿Qué fracción de flores no se han marchitado?

La información del enunciado es:

- De una docena de flores
- Se han marchitado 3
- ¿Qué fracción de flores no se han marchitado?

La relación entre la docena de flores y la cantidad de estas que se han marchitado debe presentarse en expresiones numéricas fraccionarias, y es justamente la forma en cómo se da la relación, en cantidades enteras y palabras número que hace que el problema de matematización sea ambiguo.

Tratamiento:

- De una docena de flores

Una docena es igual a $\frac{12}{12}$ en expresión numérica fraccionaria.

- Se han marchitado 3

El que se hayan marchitado 3, significa que se hará una resta de las 12 flores.

$$\frac{12}{12} (\text{Docena de flores}) - \frac{3}{12} (\text{cantidad de flores que se marchitaron}) = \frac{9}{12}$$

- ¿Qué fracción de flores no se han marchitado? $\frac{9}{12}$ de la docena de flores que no se han marchitado.

3.2.10 Clase 10: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta. En esta clase de problemas es donde a partir de la información a partir del enunciado o gráfico en algunas situaciones se reconoce fácilmente se indica que su operación es una suma o resta. Las expresiones numéricas no son claras, no se sabe a qué hacen referencia, sin embargo la situación extra matemática (contexto) es concebible en el universo de significados que se puedan relacionar.

Ejemplo:

S13P181-104

Sebastián ha consumido $\frac{8}{10}$ de litros de agua y Andrea $\frac{3}{5}$ de litro de agua. ¿Quien ha consumido mayor cantidad de agua?

En el enunciado del problema de matematización se tiene la siguiente información:

- Sebastián ha consumido $\frac{8}{10}$ de litros de agua.

- Andrea ha consumido $\frac{3}{5}$ de litros de agua.
- ¿Quien ha consumido mayor cantidad de agua?

Claramente se debe realizar una comparación entre las cantidades. Cantidades representadas en expresiones fraccionarias que no son claras al referirse a los litros de agua que personas han consumido. Puesto que coloquialmente al referirse a litros de agua se realiza en cantidades enteras. Este contexto con expresiones numéricas fraccionarias no es tan viable.

Tratamiento:

Como las expresiones fraccionarias son heterogéneas y se debe realizar una comparación entre ellas, se deben homogenizar simplificando o complicando las fracciones y así poder compararlas.

Las expresiones fraccionarias son heterogéneas:

$$\frac{8}{10}, \frac{3}{5}$$

Se complicará la fracción $\frac{3}{5}$ por 2.

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$$

$$\text{Ahora, } \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Sebastián consumió $\frac{8}{10}$ de litros de agua y Andrea consumió $\frac{6}{10}$ de litros de agua.

Comparación = $\frac{8}{10} > \frac{6}{10}$, por lo tanto Sebastián consumió más litro de agua que Andrea.

3.2.11 Clase 11: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. En esta clase de problemas en el enunciado las expresiones numéricas no son claras, no se sabe a qué hacen referencia. Además es donde a partir de la información presentada en el enunciado o gráfico su transformación procedimental son aquellos problemas de matematización donde se hace uso del producto o de la comparación de cantidades.

Ejemplo:

S6P180-102

Se han pegado $\frac{2}{5}$ de baldosas. Si en total son 25, ¿Cuántas baldosas faltan por pegar?

La información en este enunciado es la siguiente:

- Se han pegado $\frac{2}{5}$ de baldosas.
- Si en total son 25
- ¿Cuántas baldosas faltan por pegar?

Es claro que el procedimiento que se debe realizar entre las dos cantidades es un producto. Sin embargo, al referirnos a “si en total son 25” no es explícito que el 25 es con relación al total de baldosas que hay. La expresión numérica no es nada clara, y al referirse a $\frac{2}{5}$ se podría pensar que de cada baldosa se pego, $\frac{2}{5}$ de baldosa, y el problema lo que quiere referir es $\frac{2}{5}$ de la cantidad total de baldosas. En este enunciado se hace uso de información implícita que hace que el enunciado convierta el problema un poco difícil de entender.

Tratamiento:

$$\frac{2}{5} \times 25 = \frac{50}{5} = 10, \text{ por lo tanto 10 baldosas se han pegado.}$$

25 total de baldosas - 10 baldosas pegadas = 15. Finalmente, 15 baldosas faltan por pegar.

3.2.12 Clase 12: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. En esta clase de problemas a partir de la información acompañada o no de gráfico se evidencia que los problemas de matematización para su transformación operacional se requieren de más de una operación. En esta categoría en el enunciado las expresiones numéricas no son claras, no se sabe a qué hacen referencia, sin embargo la situación extra matemática (contexto) es concebible en el universo de significados que se puedan relacionar.

Ejemplo:

A2P114-77

En un colegio hay 1080 estudiantes, de los cuales la mitad son mujeres. Si las dos quintas partes de estas están en primaria, ¿Cuántas niñas hay en secundaria?

Al leer el enunciado y ubicar la información tenemos que:

- Hay 1080 estudiantes en un colegio
- De los cuales la “mitad” son mujeres
- Si las “dos quintas” partes están en primaria
- ¿Cuántas niñas hay en secundaria?

La información es clara, sin embargo es evidente que debe realizarse más de una operación para llegar a dar respuesta al cuestionamiento. Además el hecho que se utilicen palabras número hace que el problema sea ambiguo.

Tratamiento:

$$\text{La mitad} = \frac{1}{2}$$

$$\text{La mitad de 1080 estudiantes} = 1080 \times \frac{1}{2} = \frac{1080}{2} = 540 \text{ estudiantes son mujeres.}$$

$$\text{Las dos quintas partes: } \frac{2}{5}$$

$$\text{Las dos quintas partes de las estudiantes están en primaria} = \frac{2}{5} \times 540 = \frac{1080}{5} = 216, \text{ por lo tanto 216 estudiantes son de primaria.}$$

Para saber cuántas hacen parte de secundaria, restaremos $540 - 216 = 324$. Finalmente 324 estudiantes niñas hay en secundaria.

3.2.13 Clase 13: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario. Esta clase no existe claridad de ningún tipo, el enunciado es ambiguo puesto que las expresiones numéricas no conservan claridad frente a lo que se refieren y el universo de significados a los que se pudiese remitir es confuso, por lo tanto el problema de matematización se hace difícil. Sin embargo, es aquella donde la información presentada acompañado de un gráfico o el solo enunciado se reconoce fácilmente el único procedimiento que se debe realizar. Es decir, no se requiere de mayor complejidad saber que la única operación es encontrar un número es decir una fracción que represente la información presentada.

Ejemplo:

A5P103-63

Juan Carlos Repartió $\frac{14}{3}$ de torta. ¿Cuántas tortas repartió? Explica. Representa la situación anterior.

La información en este enunciado, es muy clara.

- Juan Carlos repartió $\frac{14}{3}$ de torta.
- ¿Cuántas tortas repartió? Representa la situación anterior.

Considerando que es clara la información, lo que si no es nada claro es la relación de la información con la pregunta, ¿Qué es lo que se está preguntando? Si se supone que ya se indico lo que se repartió.

Es confuso saber qué es lo que se debe hacer, y si lo evidente en el enunciado es una información valida y de uso.

Sin embargo, si se considera que la expresión numérica fraccionaria es una fracción impropia y que toda fracción impropia se puede representar como un número mixto, sería esta la representación que se busca, para dar cuenta de las cantidades enteras de torta que se repartió.

Tratamiento:

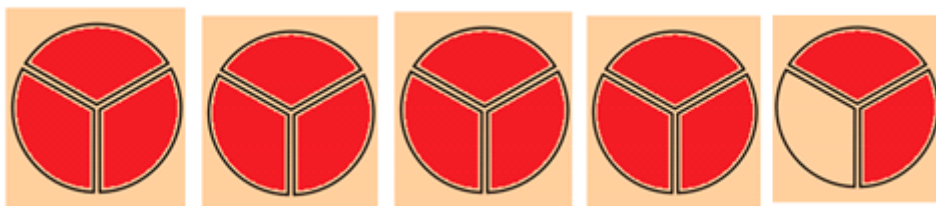
$\frac{14}{3}$ Se divide el numerador entre el denominador, $(3 \times 4) + 2(\text{residuo})$

$$14 / 3 = 4 + 2r$$

Significa que se repartieron 4 tortas enteras y $\frac{2}{3}$ de otra.

Gráficamente seria,

Gráfico 8



3.2.14 Clase 14: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta. En esta clase de problemas no existe claridad de ningún tipo, el enunciado es ambiguo puesto que las expresiones numéricas no conservan claridad frente a lo que se refieren y el universo de significados a los que se pudiese remitir es confuso, por lo tanto el problema de matematización se hace difícil. De igual manera en esta clase de problemas a partir de la información del enunciado o gráfico se reconoce fácilmente se indica que su operación es una suma o resta.

Ejemplo:

Y4p147-43

La profesora Margarita compró $2\frac{1}{3}$ metros de tela para hacer un pendón y utilizó $\frac{19}{9}$ metros de tela. ¿Cuánta tela le sobró?

En este enunciado se utiliza una nueva expresión numérica conocida como “número mixto” por otro lado también se hace uso de una expresión numérica fraccionaria que debe operarse con el número mixto.

La mezcla de diferentes representaciones de cantidades, y el contexto que se utiliza para hacer uso de esas cantidades no es usual, por ello el problema es un poco ambiguo.

La información presentada por el enunciado es:

- La profesora Margarita compró $2\frac{1}{3}$ metros de tela
- Utilizó $\frac{19}{9}$
- ¿Cuánta tela le sobró?

La operación a realizar es una resta entre las cantidades.

Tratamiento:

En primer lugar se debe convertir en una fracción el número mixto

$2\frac{1}{3} = (2 \times 3) + 1 = 7$ este es el numerador, y el denominador se conserva.

$\frac{7}{3}$ es la fracción equivalente al número mixto $2\frac{1}{3}$

Se debe realizar la resta entre las expresiones fraccionarias $\frac{7}{3} - \frac{19}{9}$, como son heterogéneas, se homogenizaran para poder realizar la operación

$\frac{7}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{21}{9}$ se reemplaza $\frac{7}{3}$ por $\frac{21}{9}$ y se realiza la operación: $\frac{21}{9} - \frac{19}{9} = \frac{2}{9}$

La tela que le sobró a la profesora Margarita fue $\frac{2}{9}$

3.2.15 Clase 15: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. En esta clase de problemas es donde a partir de la información presentada en el enunciado o gráfico su transformación procedimental son aquellos problemas de matematización donde se hace uso del producto o de la comparación de cantidades. Sin embargo, en esta clase de problemas no existe claridad de ningún tipo, el enunciado es ambiguo puesto que las expresiones numéricas no conservan claridad frente a lo que se refieren, por lo tanto el problema de matematización se hace difícil.

Ejemplo:

Y5P154-55

Una vuelta al circuito de Indianápolis dura aproximadamente $\frac{71}{60}$ minutos; si el circuito está programado para 60 vueltas. ¿Cuál es el tiempo aproximado que tarda la carrera?

La información en el enunciado anterior es:

- Una vuelta al circuito de Indianápolis dura aproximadamente $\frac{71}{60}$ minutos.
- El circuito está programado para 60 vueltas.
- ¿Cuál es el tiempo aproximado que tarda la carrera?

No es coloquial referirse a la duración de una carrera, expresando los minutos en expresiones numéricas como lo que se menciona el enunciado del problema anterior. Este tipo de expresiones inusuales convierte el problema ambiguo y que ese contexto sea irreal.

Es clara la operación que se debe realizar entre la cantidad de minutos que dura el circuito y la cantidad de vueltas realizadas, un producto entre ambas cantidades

Tratamiento:

$$\frac{71}{60} \times 60 = 71 \text{ Minutos}$$

La carrera tarda aproximadamente 71 minutos.

3.2.16 Clase 16: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades. Esta clase de problemas, es donde a partir de la información acompañada o no de gráfico se evidencia que los problemas de matematización para su transformación operacional requieren de más de una operación. En esta categoría no existe claridad de ningún tipo, el enunciado es ambiguo puesto que las expresiones numéricas no conservan claridad frente a lo que se refieren.

Ejemplo:

Y6p154-56

Rogelio quiere llenar un balde con agua y para ello utiliza una taza de $\frac{3}{2}l$; si llena el balde con 7 y media tazas, ¿Cuál es la cantidad total de litros de agua que contiene el balde ahora?

Gráfico 9. Clasificación de los problemas que fueron tipificados en el matriz resumen

	C1	C2	C3	C4
Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara	1. Y4P119-3 S3P159-87 Y5P147-44	2. Y3P147-42 A4P107-66 Y2P143-31 Y3P143-32 S3P159-88 S5P180-101	3. S5P180-101 A3P105-65 Y7P137-22 A1P114-75 A5P115-79 S1P156-83 Y4P141-29	4. S3P175-95 Y4P155-58 Y4P121-5 S4P175-96
Relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática	5. Y6P128-15 Y4P140-25 Y4P116-0 Y6P121-6	6. Y7P145-37 S4P159-86 Y9P145-39 Y10P145-40 S17P181-106 Y4P143-33 Y4P150-47	7. Y2P138-23 Y6P153-52 Y7P153-53 Y3P122-8 Y6P124-13 A5P111-70	8. Y8P145-38 Y5P140-26 Y6P145-36 Y5P124-12 S3P156-85 S6P177-97
Relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática	9. S3P180-99 S2P174-94 S4P180-100	10. S2P168-90 S12P181-103 Y1P141-27 S13P181-104 Y3P141-28	11. Y4P154-54 Y5P153-51 Y7P154-57 A6P115-80 S2P156-84 A2P114-76 S6P180-102 Y5P121-4	12. Y5P114-35 A2P114-77 Y7P128-16
No hay claridad en la relación numérica/mundo y la situación extra matemática	13. A5P103-63 Y4P124-11 A2P114-78 Y1P132-19	14. Y4P147-43 S18P181-107 Y5P150-48 Y5P148-46 S5P170-92 A7P115-81 Y4P148-45 S16P181-105	15. Y5P154-55 S6P179-98 Y6P121-7 S20P181-108	16. Y5P141-30 Y5P135-21 Y6P154-56 Y7P124-14 Y4P134-20 Y4P153-50

Las anteriores fueron las 16 clases que se dieron del cruce de las categorías que se presentaron. Ahora bien, se encontraron problemas de matematización que estando en diferentes clases teniendo un mismo contenido. A estos les llamaremos los diversos tipos de problemas de matematización.

3.3 TIPOS DE PROBLEMAS DE MATEMATIZACIÓN

Los tipos de problemas clasificaran aquellos problemas de matematización que aunque se encuentren en diferentes clases, tienen un mismo tipo de contenido. De esta forma se reafirmará por que los problemas a pesar de tener contenidos

iguales o similares hacen parte de diferentes clases. Los tipos de problemas encontrados son:

3.3.1 Tipo 1: Problemas de matematización que se refieren a unidades de capacidad. Aquellos problemas que en su contenido se refieren a unidades de capacidad como el litro.

Ejemplo:

Y6p154-56

Rogelio quiere llenar un balde con agua y para ello utiliza una taza de $\frac{3}{2}l$; si llena el balde con 7 y media tazas, ¿Cuál es la cantidad total de litros de agua que contiene el balde ahora?

Problema de matematización categoría 16.

S5P170-92

- a. Lorena ha bebido tres cuartos de litro de leche y su hermano Lucas ha bebido dos cuartos de litro más que Lorena ¿Qué cantidad de leche ha bebido Lucas?

Problema de matematización categoría 14

Y3p141-28

Jaime utilizó $\frac{6}{7}$ de litro de leche en la preparación de un postre de fresa, y Cristina empleó $\frac{7}{8}$ de litro de leche para preparar un postre de curuba. ¿Cuál de los dos utilizó más leche en la elaboración de sus postres?

Problema de matematización categoría 14

3.3.2 Tipo 2: Problemas de matematización que se refieren a longitud en metros. Aquellos problemas que en su contenido se refieren a longitud en metros.

Ejemplos:

Y4p143-33

Marlén usó $\frac{2}{3}$ de metro de tela azul y $\frac{4}{3}$ metros de tela blanca para hacer una bandera para el desfile del día deportivo. ¿Cuántos metros de tela empleó Marlén para hacer la bandera?

Problema de matematización categoría 6

Y4p147-43

La profesora Margarita compró $2\frac{1}{3}$ metros de tela para hacer un pendón y utilizó $\frac{19}{9}$ metros de tela. ¿Cuánta tela le sobro?

Problema de matematización categoría 14

Y6p124-13

Clara está haciendo moños decorativos. Para cada uno gasta $\frac{3}{5}$ de metro de cinta. ¿Cuántos metros de cinta utilizará para hacer una docena de moños?

Problema de matematización categoría 7

**3.3.3 Tipo 3: Problemas de matematización que se refiere a cantidades.
(Unidades continuas)**

Aquellos problemas que en su contenido se refieren a unidades continuas como:

Ejemplos:

A5P103-63

Juan Carlos Repartió $\frac{14}{3}$ de torta. ¿Cuántas tortas repartió? Explica. Representa la situación anterior

Problema de matematización categoría 7

A4P107-66

- a. En la casa de Martha se consumieron $\frac{5}{10}$ de pastel al desayuno y $\frac{3}{10}$ al almuerzo.
¿Cuánto pastel consumieron en total?

Problema de matematización categoría 2

S5P180-101

Si una torta vale \$24.000, ¿Cuánto cuestan $\frac{3}{4}$ de torta?

Problema de matematización categoría 3

3.3.4 Tipo 4: Problemas de matematización que se refiere acciones.

Aquellos problemas que en su contenido se refieren acciones como empacar, vender, entre otros....trabajar, correr, caminar, trotar, andar, beber, etc.

Ejemplos:

Y6p128-15

El vendedor de naranjas empaca 5 unidades por bolsas, si tiene 19, ¿Cuántas bolsas llena y qué fracción de bolsa puede llenar? Escribe tu respuesta como un número mixto

Problema de matematización categoría 5

S4P180-100

De 20 balones, se han vendido 4. ¿Qué fracción de balones quedan?

Problema de matematización categoría 9

S12P181-103

Martha ha pintado $\frac{7}{14}$ de una pared y Jaime $\frac{7}{9}$ de la pared. ¿Quien ha pintado más?

Problema de matematización categoría 10

3.4 SÍNTESIS

Finalmente este apartado dará respuesta algunas preguntas que a través de la realización de este trabajo fueron surgiendo. No había ningún orden en las preguntas, simplemente eran preguntas que evidenciarían y reafirmarían el interés de este trabajo.

Estas son algunas de las preguntas. ¿Los problemas propuestos en los textos escolares tienen alguna diferencia? Es evidente en los apartados anteriores que los problemas propuestos en los textos tienen diferencias. Diferencias con relación

al contenido, en la presentación de los enunciados del problema, algunos están acompañados de gráficos, otros en donde se debe completar la información, etc. ¿Hay algún criterio de selección al elegir los problemas que se proponen? La selección de los problemas depende de la organización temática de los contenidos que presente el libro de texto en este caso, sería definido por aquellos problemas que el autor³ *¿Quién define aquellos criterios, el autor o el docente? Obviamente los autores de los libros de texto tienen una intencionalidad con los problemas propuestos y definen sus propios criterios para la selección de estos.*

Ahora bien, hay otro tipo de preguntas como: *¿Comprenden los estudiantes los enunciados de los problemas que se le proponen? ¿Es claro para los estudiantes el objeto matemático al que se refiere el problema? ¿Podría el estudiante pensar en una resolución del problema, sin reconocer cuál es el objeto matemático? ¿Cómo se clasificarían los enunciados de manera que evidencie los factores que inciden en la comprensión del objeto matemático?* Estas preguntas se consideran importantes y podrían responderse desde el rol de docentes, sin embargo, este trabajo no es de intervención en el aula, por lo tanto no se puede decir nada acerca de los problemas con relación a los estudiantes. Aunque desde los análisis realizados se podría caracterizar los tipos de problemas que se privilegian.

En el siguiente capítulo se retomaran algunas de las preguntas mencionadas anteriormente para argumentar, y dar respuesta al cuestionamiento general que direccionó este trabajo. Para desde lo analizado se puedan brindar características del objeto matemático y los tipos o clases de problemas que se privilegian qué se deja por fuera y que afecta el proceso de conceptualización de los racionales. Qué sentidos y significados se privilegian o promueven desde los enunciados de los problemas analizados

³ Véase capítulo 2 presentación de los textos escolares

CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo de indagación son un aporte a maestros en ejercicio y en formación de las licenciaturas en matemáticas, evidenciando algunos de los aspectos que influyen en la construcción de los racionales y elementos desde la perspectiva semiótica-cognitiva, que argumentan la importancia de análisis de los enunciados de los problemas, para que a la hora de escoger problemas para proponer en sus clases haya más conciencia de todo lo que puede atribuir e influir en la aprehensión del estudiante el problema que se proponga.

Ahora bien, es necesario empezar dándole respuestas a algunos de los cuestionamientos que se han mencionado en capítulos anteriores, ya que estos han demarcado el trabajo para llegar a la respuesta del cuestionamiento general de este trabajo.

¿Qué tienen en particular los enunciados de los problemas? En particular los problemas de matematización que se encontraron en este trabajo en los libros de textos de matemáticas de cuarto grado, problemas relacionados con la introducción al registro numérico fraccionario tienen en particular que su presentación siempre hace uso del registro en lengua natural, en algunos casos con el acompañamiento de un gráfico, icono, las proposiciones empleados son segmentadas por la puntuación utilizada, encadenadas a partir de artículos, verbos o conectores, etc. *¿Se podrían caracterizar qué tipos de problemas se proponen y de qué manera?* Claro que se pueden caracterizar, son 16 clases y 4 tipos de problemas de matematización que se pueden distinguir en el análisis de los problemas propuestos en los tres libros de textos escolares analizados.

- Clase 1: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 2: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 3: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 4: Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe más de una operación.
- Clase 5: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 6: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 7: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 8: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 9: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 10: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.

- Clase 11: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 12: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 13: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 14: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 15: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 16: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.

Tipos de problemas de matematización⁴

- Tipo 1: Problemas de matematización que se refieren a unidades de capacidad.
- Tipo 2: Problemas de matematización que se refieren a longitud en metros.
- Tipo 3: Problemas de matematización que se refiere a cantidades. (Unidades continuas)
- Tipo 4: Problemas de matematización que se refiere acciones.

¿Qué es lo que se está preguntando a los estudiantes en los libros de texto en la iniciación del registro numérico fraccionario? Dar respuesta a esta pregunta está

⁴ Véase Capítulo 3 Página 89

ligada directamente a la intencionalidad de los autores de cada uno de los textos analizados en este trabajo, podría decirse que guardan cierta similitud frente a los contenidos planteados por los lineamientos y estándares curriculares de la asignatura con relación al grado *¿Cuáles son los aportes de estos enunciados en los textos escolares de cuarto a la construcción de los racionales?* Hablar directamente de aportes sería un poco arriesgado, sin embargo, no son precisamente los enunciados de los problemas que dan el aporte como tal, es el proceso que se lleva a cabo con el estudiante una vez presentados o utilizados estos problemas de matematización, y al relacionar sus significados y sentidos en la formulación de los enunciados y la resolución de los problemas de matematización planteados a través de esos enunciados. *¿Qué se tiene en cuenta para la escogencia de los problemas propuestos?* Parece ser que lo que se tiene en cuenta es simplemente el tema y un contexto que parece natural a las personas, es decir, no hay contextos por fuera de lo coloquial, entiéndase coloquial como esos contextos que normalmente los estudiantes manejan o conocen; compras, ventas, distancias, etc. Se considera que la idea es inocente de contexto, al no involucrarse con contextos “complejos”⁵ prefieren proponer contextos “simples”⁶ tratan de utilizar el contexto sea por ejemplo un pastel, una pizza, pero realmente son contextos inexplicables en el universo de significados que pudiesen el estudiante pudiese pensar sobre las fracciones y la pizza; una torta o los pedazos de este alimento.

¿Qué papel tiene ese contexto para la comprensión de enunciados que involucran relaciones (multiplicativas, de razón, porcentajes, relaciones parte-todo)? Como se nombraba en el párrafo anterior el contexto tiene un lugar muy importante en estos problemas de matematización, pues es donde se desarrolla la idea para la

⁵ Complejos se denomina aquellos contextos en donde las expresiones numéricas fraccionarias no son fáciles de involucrarse en dicho contexto.

⁶ Contextos comunes y corrientes que conoce el estudiante o quien desarrolle el problema de matematización propuesto.

transformación de las expresiones numéricas fraccionarias, así pues que si el contexto no es claro, en tanto no se pueden pensar esas expresiones numéricas dentro del contexto, pues empieza el primer limitante para el desarrollo de este. Sin embargo la utilidad de estos en los enunciados en la mayoría de los casos no es pertinente, y mucho menos la utilidad de contextos complejos, parece que consideran contexto el nombrar algo coloquial, pero que no es suficiente o claro al nombrarlo con expresiones numéricas fraccionarias.

¿Será suficiente que los problemas sean escogidos de acuerdo a la intencionalidad del autor? Es claro que la intención de este trabajo no es de intervención y para darle respuesta a este cuestionamiento es necesario una intervención en el aula; sin embargo, la intención del autor se queda corta puesto que los problemas deben ser replanteados por el maestro que los proponga para que exista por lo menos un éxito al saber realmente que es lo que se propone y no limitarse a lo propuesto por otro, bajo las intenciones de una tercera persona que sería el autor o los autores.

¿Cuáles son las clases, las características de redacción y los tipos de transformaciones de los enunciados en los problemas propuestos en tres textos escolares⁷ de cuarto grado, para la iniciación en el registro de las expresiones fraccionarias?

Los problemas de matematización de acuerdo a las características de redacción y los tipos de transformaciones están clasificados de la siguiente manera 16 clases y 4 tipos de problemas que se pueden distinguir en el análisis de los problemas propuestos en los tres libros de textos escolares analizados.

Clases de problemas de matematización⁸

⁷Editorial Santillana, *Amigos de las Matemáticas 4* Editorial Norma *Conexiones Matemáticas 4* y Editorial Futuro. *Soluciones Matemáticas*

⁸ Véase capítulo 3 Pág. 75

- Clase 1: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 2: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 3: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 4: Relación numérica/mundo y situación extra matemática clara y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 5: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 6: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo es clara y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 7: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 8: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo y no hay claridad en la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 9: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 10: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.

- Clase 11: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 12: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 13: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación que consiste en presentar la información en registro numérico fraccionario.
- Clase 14: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de suma y resta.
- Clase 15: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.
- Clase 16: Problemas de matematización cuya relación numérica/mundo no es clara y si es clara la situación extra matemática y existe una única operación de producto o comparación entre las cantidades.

Tipos de problemas de matematización⁹

- Tipo 1: Problemas de matematización que se refieren a unidades de capacidad.
- Tipo 2: Problemas de matematización que se refieren a longitud en metros.
- Tipo3: Problemas de matematización que se refiere a cantidades. (Unidades continuas)
- Tipo 4: Problemas de matematización que se refiere acciones

⁹ Véase capítulo 3 Pág. 75

De la misma forma, como se identificaron diversas clases y tipos de problemas de matematización, también se identificaron los siguientes aspectos



- Los diferentes contenidos cognitivos¹⁰ no garantizan que la solución de los problemas de matematización sean situaciones de lectura familiares congruentes, es decir, en algunos casos es difícil la comprensión del enunciado y su pregunta, así la situación de lectura sea conocida para el lector.
- Los diferentes registros de representación en que se presenta el problema de matematización no garantiza la comprensión de este. Se puede llegar a pensar que la aparición de gráficos o iconos con información en los problemas de matematización hagan parte de los registros de representación, pero estos simplemente cumple la función de complemento con el registro único que se utiliza que es el de Lengua Natural, sin embargo este registro no es suficiente para la comprensión e interpretación clara del problema de matematización.
- Son diversos los tratamientos con cada uno de los problemas de matematización propuesto. Es necesario proponer los diversos tratamientos como los que se pudiese dar solución a los problemas de matematización presentados es la posibilidad de que la diversidad de tratamientos le permitan a los estudiantes conocer el objeto matemático con el que se está trabajando y pueda reconocer sus propiedades y hacer buen uso de ellas.
- Las palabras números que aparecen en los enunciados y que están relacionados con los registros de representación, su uso no es claro y convierten un poco ambiguo el problema, pues se mezcla en un mismo problema de matematización palabras números y representaciones numéricas, precisamente en la conversión de estas palabras números y representaciones numéricas donde no se realiza de manera adecuada y algunos maestros llegarían a pensar que es obvia esa conversión y no es así.


¹⁰ Entiéndase en los libros de texto como los diferentes temas o temáticas con relación al registro numérico fraccionario.


- La influencia de lo redaccionalmente escrito como las categorías léxicas, es decir, nombres propios, pronombres, adjetivos, artículos, verbos, adverbios, preposiciones, conjunciones e interjecciones, influyen directamente en la comprensión del enunciado de cualquier problema de matematización, puesto que la utilidad de estas categorías lingüísticas influyen directamente en su organización redaccional y su interpretación.
- Los sinónimos de los verbos utilizados en un mismo enunciado de problema de matematización lo convierte en un enunciado ambiguo, como si lo sinónimos de dichas palabras en vez de ampliar y aclarar el contexto, en lo que se convierte es en dudas frente a cómo llamar a la acción a la cual se está refiriendo el problema de matematización.
- La importancia de la información explícita en el problema de matematización cumple una función importante, puesto que la información evidente permite cierta seguridad frente al mundo de interpretaciones y usos de estas que le puede dar el estudiante. Sin embargo en muchos de los problemas de matematización se utiliza mucho la información explícita, información que se vuelve más amplia al mundo de interpretaciones que pueda tener el estudiante, y que obviamente convierte más complejo el comprender el enunciado del problema de matematización.
- Algo que no se puede dejar de lado es la importancia y la influencia de los contextos que se utilizan en los problemas de matematización, se pueden concluir que el contexto es un complemento al enunciado como un campo donde las expresiones numéricas fraccionarias tengan y tomen sentido. Sin embargo esto no garantiza que un contexto pueda ser cualquiera; en cualquier contexto cualquier expresión numérica fraccionaria no tiene sentido, y es precisamente el sentido de dichas expresiones en el campo que permite el contexto que puede brindar una comprensión del enunciado del problema de matematización.

- Finalmente es muy importante que las editoriales, los docentes y todos quienes estén involucrados en procesos educativos, tomen en consideración lo presentado en este trabajo, y tengan en cuenta que los problemas propuestos en los libros de texto, solo algunos entran en la categoría de problemas de matematización, los demás son ejercicios de tipo repetitivo o algorítmico; además los problemas y actividades propuestas en clase, en ocasiones deben ser replanteadas y saber qué y cómo se le está planteando un problema de matematización al estudiante, puesto que nada garantiza que el problema este en un libro de texto escolar.

ANEXOS

CÓDIGO	PROBLEMA DE MATEMATIZACIÓN
Y4p116-0	De los 5 anaqueles de la biblioteca, hay 3 ocupados por enciclopedia y el resto por libros de literatura latinoamericana. Representa por medio de una fracción: <ol style="list-style-type: none"> La parte de la biblioteca ocupada por las enciclopedias La parte de la biblioteca ocupada por los libros de literatura latinoamericana
Y5p118-1	William tiene en su repisa de miniaturas algunos espacios libres. Observa y completa los enunciados escribiendo la fracción correspondiente. <ol style="list-style-type: none"> Los – de la repisa están ocupados, y los – de la repisa están libres. Si estuvieron ocupados 2 espacios más, entonces habría – de la repisa libre.
Y4p119-3	<p>La siguiente tabla muestra el pronóstico del tiempo del mes de junio. De acuerdo con la tabla:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Qué parte del mes estará lluvioso? ¿Qué parte del mes estará con nubes? ¿Qué parte del mes será soleado?
Y3p121-4	Camilo hace 84 pasteles de carne y 65 de pollo, para el bazar del barrio. A las 11 a.m. ha vendido $\frac{4}{7}$ de los pasteles de carne y $\frac{2}{5}$ de los de pollo. ¿Cuántos pasteles ha vendido de cada uno?
Y4p121-5	Ana María tenía 24 carros de colección y le dio la mitad a Jaime y la tercera parte a Estefanía. ¿Cuántos carros le quedan a Ana María después de repartirlos?
Y6p121-6	<p>Si estas flores representan $\frac{2}{3}$ de las especies que hay en el jardín de Manuela. ¿Cuántas especies de flores hay en el jardín?</p> 
Y6p121-7	La tercera parte de mis libros son de literatura infantil, tengo 17 libros para niños y niñas, ¿Saben cuántos libros tengo en total?
Y3p122-8	De las 18 hectareas de la finca de Antonio, $\frac{2}{3}$ estan dedicadas al cultivo de papa. ¿Cuántas hectareas están sembradas con papa?
Y4p122-9	<p>4. Por cumplir un aniversario más, el almacén de ropa "Chiritos" ofrece rebajar los precios. Todos los artículos cuestan $\frac{3}{4}$ de su precio original. Escribe frente a cada precio del cartel el precio de promoción.</p> 
Y4p124-11	Para llegar a la casa de su abuela, Jorge tardó 75 minutos. ¿Qué tiempo, en hora empleo Jorge en llegar a la casa de su abuela? Expreselo como número mixto
Y5p124-12	La señora Salome tiene 3 sandias para vender. Partió cada una de ellas en 5 partes iguales de las cuales ha vendido 2. ¿Qué fracción de sandia le queda por vender?
Y6p124-13	Clara está haciendo moños decorativos. Para cada uno gasta $\frac{3}{5}$ de metro de cinta. ¿Cuántos metros de cinta utilizará para hacer una docena de moños?
Y7p124-14	Mónica tiene 9 años y cumple en febrero. Alejandra es menor $1\frac{3}{4}$ años. ¿En qué mes cumple años Alejandra?

Y6p128-15	El vendedor de naranjas empaqa 5 unidades por bolsas, si tiene 19, ¿Cuántas bolsas llena y qué fracción de bolsa puede llenar? Escribe tu respuesta como un número mixto.
Y7p128-16	Sara compró 5 cajas de 10 chocolates cada una y repartió 2 chocolates a cada uno de sus 13 estudiantes. Escribe como un número mixto las cajas de chocolates que gastó y las que le quedaron.
Y1p132-19	<p>1. Carlos miró el tablero de su automóvil para ver cuánta gasolina le quedaba.</p>  <p>a. Escribe un número que represente la fracción de tanque que está ocupado con gasolina.</p> <p>b. Para llegar hasta la casa de Carlos, el auto gasta $\frac{1}{4}$ de tanque. ¿Le alcanza? _____.</p>
Y4p134-20	<p>1. Camilo ha presentado dos exámenes de inglés, en el primero falló en 3 de las 15 preguntas que le hicieron y en el segundo examen falló en 4 de las 20 preguntas. Si en cada examen cada pregunta tiene el mismo valor, ¿en cuál de los dos exámenes sacó mejor calificación? Justifica tu respuesta.</p> <p>2. Expresa como una fracción la parte de las preguntas en que falló Camilo en el primer examen.</p> <p>3. Expresa como una fracción la parte de las preguntas en que falló Camilo en el segundo examen.</p>
Y5p135-21	Claudia partió una torta, guardó un tercio de ella y el resto la partió en sextos. ¿Qué cantidad de torta debe darle a Camilo para que se sea igual a la que ella guardó?
Y7p137-22	Clara y Jairo dividieron una pizza en 8 partes iguales. Clara comió $\frac{1}{4}$ de la pizza y Jairo $\frac{1}{2}$ de la pizza. Escribe en octavos la cantidad de pizza que comió cada uno y especifica el número por el cual se debe complicar o simplificar cada fracción.
Y2p138-23	<p>2. Los 80 estudiantes de grado cuarto se reunieron con el fin de elaborar carteleros y adornos para decorar el colegio el Día del idioma. Se distribuyeron de la siguiente forma: $\frac{3}{20}$ de los niños adornan el gimnasio, $\frac{1}{2}$ de los niños decoran los corredores y el resto, los salones.</p> <p>a. Expresa la parte de los estudiantes que decoran los corredores con una fracción de denominador 20. _____.</p> <p>b. Escribe la parte de los estudiantes que decoran los salones con una fracción de denominador 20. _____.</p> <p>c. ¿Cuántos estudiantes decoran cada sitio? _____.</p> <p>d. Escribe las fracciones que corresponden a los estudiantes que decoran el gimnasio, los corredores y los salones, con denominador 80. _____, _____, _____.</p>
Y4p140-25	Beatriz tiene una cuerda para saltar que mide $\frac{34}{15}$ m y la Néstor mide $\frac{37}{15}$ m ¿Cuál de las dos cuerdas es más larga?
Y5p140-26	<p>5. Para el día cultural del colegio de Noé, el grupo de cuarto preparó algunos actos: $\frac{1}{3}$ del grupo preparó un baile; $\frac{2}{5}$, una obra de teatro, y $\frac{4}{15}$ ayudaron con la utilería.</p> <p>a. ¿Cuál de los tres grupos es más numeroso? _____.</p> <p>b. ¿En cuál de los grupos hay menos personas encargadas? _____.</p> <p>c. Escribe los grupos ordenados de mayor a menor, según el número de personas. _____.</p>
Y1p141-27	Sara y John salieron a caminar. Sara caminó $\frac{13}{5}$ km y John camino $\frac{16}{7}$ km ¿Cuál de los dos caminó menos?

Y3p141-28	Jaime utilizó $\frac{6}{7}$ de litro de leche en la preparación de un postre de fresa, y Cristina empleo $\frac{7}{8}$ de litro de leche para preparar un postre de curuba. ¿Cuál de los dos utilizó más leche en la elaboración de sus postres?
Y4p141-29	<p>Natalia compró 24 chocolates. Regaló la tercera parte a Manuel y le dio a su hermana $\frac{3}{8}$ de ellos.</p> <p>a. ¿A cuál de los dos le dio más chocolates Natalia? _____.</p> <p>b. ¿Cuántos chocolates le dio a cada uno? _____.</p>
Y5p141-30	De una chocolatina dividida en sextos. Oscar comió más de $\frac{1}{3}$ y menos de $\frac{2}{3}$. ¿Qué parte de chocolatina comió Oscar si los pedazos sobrantes quedaron completos?
Y2p143-31	<p>2. 🌟 Utiliza el diagrama para determinar las distancias requeridas en cada caso.</p> <p>a. La distancia de la casa de Sofía a la casa de Diego, pasando por la biblioteca. _____.</p> <p>b. La distancia de la biblioteca al parque, pasando por la casa de Sofía. _____.</p> <p>c. La distancia del parque a la casa de Diego, pasando por la frutería. _____.</p> <p>d. La distancia de la casa de Diego a la casa de Sofía, pasando por la frutería y el parque. _____.</p> 
Y3p143-32	Elkin está entrenando para una competencia intercolegial; por tal motivo, hoy corrió durante $\frac{3}{4}$ de hora, trotó por $\frac{1}{2}$ hora y montó en bicicleta durante 1 hora. ¿Cuánto tiempo en total hizo ejercicio Elkin?
Y4p143-33	Marlén usó $\frac{2}{3}$ de metro de tela azul y $\frac{4}{3}$ metros de tela blanca para hacer una bandera para el desfile del día deportivo. ¿Cuántos metros de tela empleó Marlén para hacer la bandera?
Y6p143-34	¿Hacia dónde se inclinará la balanza de la figura? ¿Qué sucede si cambiamos la caja de $3\frac{1}{2}$ Kg por una caja que pese $\frac{21}{6}$ Kg?
Y5p144-35	La rana Cris avanza $\frac{1}{5}$ de metro en cada salto. Si primero dio 3 saltos, luego 4 y finalmente 2. ¿Qué longitud avanzó en total la rana? Representa los movimientos de la rana en la recta numérica ¿Cuál es la nueva posición de Cris?
Y6p145-36	Alfredo compró $\frac{3}{4}$ de libra de carne, $\frac{3}{2}$ libras de papa, $\frac{1}{2}$ de libra de yuca. Todo lo coloco en un canasto cuyo peso es de 1 libra. ¿Cuál es la cantidad total de libras que debe cargar Alfredo hasta su casa?
Y7p145-37	Elisa trotó $\frac{23}{20}$ de Kilómetros, y luego caminó $\frac{27}{30}$ de Kilometro. ¿Cuál fue la distancia total recorrida por Elisa?
Y8p145-38	<p>a. ¿Qué parte de la pancarta se ha pintado?</p> <p>b. ¿Qué parte falta por pintar? Pablo pintó $\frac{1}{4}$ de la pancarta con triángulos, y Alicia, $\frac{2}{5}$ con estrellas.</p>
Y9p145-39	Para llenar una piscina se dispone de tres llaves. En un día, la llave uno provee de agua hasta $\frac{1}{5}$ de la capacidad de la piscina; la llave dos, $\frac{1}{3}$ de la capacidad de la piscina, y la llave tres, $\frac{3}{7}$ de la capacidad de la piscina. ¿Qué parte de la capacidad de la piscina se ocupará en un día si se abren las tres llaves al tiempo?

Y10p145-40

María tiene invitados a sus padres a un almuerzo y quiere preparar una pasta napolitana y una torta de fresas. Observa la lista de ingredientes y contesta las siguientes preguntas.



- ¿Cuál es la cantidad total de mantequilla que necesita María? _____.
- ¿Qué cantidad de agua necesita para preparar la pasta y la torta? _____.
- ¿Cuánto queso necesita María? _____.

Y1p147-41

- Plantea una pregunta para cada situación, de tal manera que para resolverla tengas que aplicar la sustracción de las fracciones dadas en el enunciado.

- La estatura de mi papá es $\frac{17}{10}$ m, y mi estatura es $\frac{12}{10}$ m. _____.
- Ayer comí $\frac{3}{4}$ de pizza y hoy comí $\frac{3}{8}$ de pizza. _____.
- Cali queda a $\frac{1498}{3}$ km de Bogotá, y Medellín queda a $\frac{950}{2}$ km de Bogotá.

Y3p147-42

Mamá preparó un litro de jugo. Mis hermanos y yo tomamos $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuánto jugo quedó?

Y4p147-43

La profesora Margarita compró $2\frac{1}{3}$ metros de tela para hacer un pendón y utilizó $\frac{19}{9}$ metros de tela. ¿Cuánta tela le sobra?

Y5p147-44

- Observa cada gráfica y responde por simple inspección.

- Juan ha tomado $\frac{2}{3}$ de litro de jugo. ¿Cuánto jugo queda? _____.
- Se han gastado $\frac{4}{7}$ del contenido del frasco. ¿Cuánto champú queda? _____.
- ¿Qué parte de los chocolates quedan en la caja? _____.



Y4p148-45

Para hacer una torta Camila necesita $1\frac{1}{2}$ libras de harina de trigo y solo tiene $\frac{3}{4}$ de libra. ¿Cuánta harina le hace falta?

Y5p148-46

El señor García debe colocar tabletas en todo el piso del salón comunal; hasta el momento lleva $\frac{3}{5}$ del área del salón. ¿Qué parte le falta?

Y4p150-47

Doña Luisa gastó $1\frac{1}{3}$ metro de tela para hacer una falda y $2\frac{1}{4}$ metros para hacer una blusa. ¿Cuántas telas gastó en total?

Y5p150-48

Sergio tenía $5\frac{1}{2}$ libras de harina y gastó $2\frac{3}{4}$ metros para hacer galletas. ¿Cuánta harina le quedó?

Y2p151-49

2. Éste es el mapa del campamento de vacaciones.



Calcula cuánto dura cada uno de los siguientes recorridos:

- Entrada - lago - mirador - carpas: _____
- Entrada - carpas - mirador - cascada: _____
- Entrada - bosque - mirador - carpas - entrada: _____

Y4p153-50

Tomas ha destinado la mitad de su huerta para sembrar hortalizas y la otra mitad, para hierbas aromáticas. La mitad de la parte destinada a las hortalizas está sembrada de lechuga y la cuarta parte, de zanahoria. En la parte de las hierbas aromáticas, la quinta parte está sembrada de hierbabuena y la cuarta parte, de toronjil.

- ¿Qué parte de la huerta está sembrada de lechuga?
- ¿Qué parte de la huerta está sembrada de zanahoria?
- ¿Qué parte de la huerta está sembrada de hierbabuena?
- ¿Qué parte de la huerta está sembrada de toronjil?

Y5p153-51

La mitad de la mitad de los estudiantes del colegio de Pablo viven cerca de la escuela. Si la escuela tiene 1600 estudiantes, ¿Cuántos de ellos viven cerca?

Y6p153-52

Cada uno de los 8 niños se comió de sus duraznos a la hora del almuerzo. ¿Cuántos duraznos se comieron?

Y7p153-53

Simón está haciendo su tarea. Le piden hallar los $\frac{2}{3}$ de la mitad de 300 y le preguntan si será igual que hallar $\frac{1}{2}$ de los dos tercios de 300. Ayúdale a contestar esta pregunta a Simón y justifiquen sus respuestas

Y4p154-54

La mitad de la quinta parte de los 40 niños del curso 4C no aprobaron todos los logros de matemáticas. ¿Cuántos niños aprobaron todos los logros de matemáticas?

Y5P154-55

Una vuelta al circuito de Indianápolis dura aproximadamente $\frac{71}{60}$ minutos; si el circuito está programado para 60 vueltas. ¿Cuál es el tiempo aproximado que tarda la carrera?

Y6p154-56

Rogelio quiere llenar un balde con agua y para ello utiliza una taza de $\frac{3}{2}$ l; si llena el balde con 7 y media tazas, ¿Cuál es la cantidad total de litros de agua que contiene el balde ahora?

Y7p154-57

Jaime vive en New York y le gusta el café colombiano; fue al supermercado a comprar 2 y medias libras y observa que cada libra cuesta $\frac{7}{8}$ de dólar. ¿Cuánto debe pagar Jaime por el café? Consulta el precio del dólar en pesos colombianos.

Y4p155-58

4. Pedro tiene \$ 7200 que le dio su papá y gastó $\frac{1}{2}$ de ese dinero para la merienda de la semana, $\frac{1}{3}$ para comprar unos lápices y el resto lo ahorró.

- Calcula $\frac{1}{2}$ de 7200: _____.
- Calcula $\frac{1}{3}$ de 7200: _____.
- ¿Cuánto dinero ahorró? _____.
- ¿A qué parte del dinero que le dio el papá corresponde el que ahorró? _____.

Y5p155-59

Viviana y Andrés fueron a comer pizza. Cada uno pidió una pizza tamaño personal. Viviana comió de su pizza y Andrés.

- ¿Cuál de los dos comió más pizza?
- ¿Qué cantidad de pizza comieron entre los dos?

c. ¿Qué cantidad de pizza le sobro a cada uno?

A3P97-60

- De las cuatro opciones, tres son correctas.
- Mis cuatro hermanos tienen trabajo.
- Uno de mis dieciséis amigos perdió matemáticas.
- Una de las tres canchas de baloncesto está desocupada.
- Doce de las quince respuestas del examen son correctas.

A6P97-61

En una caja había chocolates y María cogió cinco. ¿Qué fracción tomó? En una caja había chocolates y María cogió cinco. ¿Qué fracción tomó?

A5P103-63

Juan Carlos Repartió $\frac{14}{3}$ de torta. ¿Cuántas tortas repartió? Explica. Representa la situación anterior.

A3P105-65

♦ La velocidad máxima del murciélago es de 25 km/h, y la del guepardo, 120 km/h.
Calcula la velocidad de los demás animales.

<p>Liebre</p>  <p>$25 \times 4 = 100$ Velocidad: <u>100</u> km/h Su velocidad es el cuádruple de la del murciélago.</p>	<p>Águila real</p>  <p>$100 \times 2 = 200$ Velocidad: <u>200</u> km/h Su velocidad es el doble de la de la liebre.</p>	<p>Elefante</p>  <p>$120 \times \frac{1}{3} = 40$ Velocidad: <u>40</u> km/h Su velocidad es la tercera parte de la del guepardo.</p>
<p>Gato</p>  <p>$200 \times \frac{1}{4} = 50$ Velocidad: <u>50</u> km/h Su velocidad es la cuarta parte de la del águila.</p>	<p>Jirafa</p>  <p>$120 \times \frac{1}{2} = 60$ Velocidad: <u>60</u> km/h Su velocidad es la mitad de la del guepardo.</p>	<p>Golondrina</p>  <p>$50 \times 3 = 150$ Velocidad: <u>150</u> km/h Su velocidad es el triple de la del gato.</p>

A4P107-66

- En la casa de Martha se consumieron $\frac{5}{10}$ de pastel al desayuno y $\frac{3}{10}$ al almuerzo. ¿Cuánto pastel consumieron en total?
- Marcos empleo $\frac{2}{8}$ de un corte de paño para hacer un pantalón y Luis utilizó $\frac{1}{5}$ más que Marcos. ¿Cuánto paño empleo?

A2P108-67

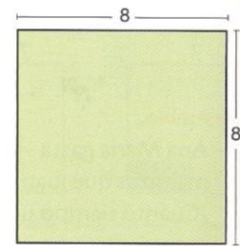
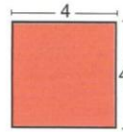
- Tenía tres cuartos de un queso y se comió un cuarto
- Me regalaron cinco sextos de un ponqué y repartí tres sextos
- Compraron siete octavos de pizza y consumieron cinco octavos
- Me obsequiaron cinco novenos de un pastel y me comí dos novenos

A5P111-70

Ana María gasta $\frac{3}{4}$ de hora en recorrer 10 Km, mientras que Juan emplea $\frac{2}{3}$ de ese tiempo. ¿Cuánto tiempo utiliza cada uno?
Sandra tomo $\frac{1}{4}$ de torta y regaló $\frac{1}{5}$ de esa fracción a Pedro. ¿Qué fracción del total de la torta recibió Pedro?

A1P112-71

1 Observa y completa la tabla.



Medida del lado del cuadrado	Medida total del borde
1	4
2	8
4	16
8	32

• ¿Qué magnitudes se relacionan?

La medida de un lado del cuadrado con la medida total de sus bordes

• ¿Cuál será la medida total del borde de un cuadrado que tiene 5 cm de lado?

$$5 \text{ cm} \times 4 = 20 \text{ cm}$$

A2P113-72

Completa las tablas y responde.

- A una velocidad constante, un automóvil recorre 60 km en una hora. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en dos, tres, cuatro, cinco y seis horas?



Tiempo (horas)	1	2	3	4	5	6
Distancia (km)	60	120	180	240	300	360

- ¿Qué magnitudes se relacionan? El tiempo y la distancia

- ¿Qué distancia habrá recorrido después de siete horas? 420 km

A3P113-73

La tabla indica el peso de una niña, entre 1 y 11 años de edad.

Edad (años)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Peso (kg)	10	12	15	17	19	21	25	27	30	32	35

- ¿Qué magnitudes se relacionan? La edad y el peso

- ¿Se puede calcular exactamente el peso de María a los 12 años?

No se puede, porque la tabla no muestra un cambio de peso constante

A4P113-74

La longitud total de un castor corresponde aproximadamente a cuatro veces la longitud de su cola.

Longitud de la cola (cm)	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Longitud total (cm)	36	44	52	60	68	76	84	92	100	108	116

- ¿Qué magnitudes se relacionan? La longitud de la cola y la longitud total .

- ¿Cuál es la longitud aproximada de un castor cuya cola mide 30 cm?

Su longitud es 120 cm aproximadamente .

A1P114-75 Lucas mide la mitad de la estatura de su padre. Si su padre mide 196 cm, ¿Cuánto mide Lucas?

A2P114-76 Un obrero cobra \$54000 por su trabajo. Le pagan por adelantado $\frac{3}{9}$ del total. ¿Cuánto dinero le deben?

A2P114-77 En un colegio hay 1080 estudiantes, de los cuales la mitad son mujeres. Si las dos quintas partes de estas están en primaria, ¿Cuántas niñas hay en secundaria?

A2P114-78

De acuerdo con el dibujo, responde:

- ¿Qué fracción del dibujo total ocupa la mesa del comedor?

Representa $\frac{1}{36}$ del dibujo

- ¿Qué fracción del dibujo total ocupa la cocina?

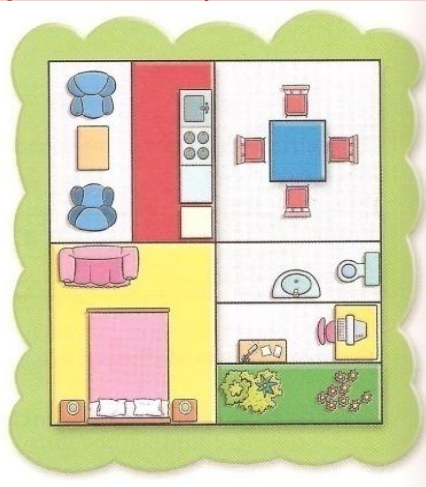
Representa $\frac{1}{8}$ del dibujo

- ¿Qué fracción del dibujo total ocupa la alcoba?

Representa $\frac{1}{4}$ del dibujo

- ¿Qué fracción del dibujo total ocupa el jardín?

Representa $\frac{1}{12}$ del dibujo



A5P115-79 Un grupo de 30 monos se distribuye así: hay un macho dominante, $\frac{2}{5}$ de la manada son hembras, $\frac{1}{3}$ son jóvenes y $\frac{7}{30}$ son crías. ¿Cuántas hembras hay en el grupo? ¿Qué fracción de la manada representan los jóvenes y las crías?

A6P115-80 En los juegos olímpicos de 1960, Italia participó con 280 miembros. De ellos, $\frac{123}{140}$ eran hombres. ¿Cuántas mujeres había en el equipo?

A7P115-81 Se compraron $\frac{12}{10}$ de metro de cinta, de los cuales se utilizaron $\frac{4}{5}$ para elaborar adornos. ¿Qué fracción del total de cinta se utilizó?

A8P115-82

Observa la tabla y responde:

Tiempo de un participante en los 800 m planos	
Tiempo (seg.)	Distancia recorrida (m)
30	100
60	200
90	300
120	400
180	600
240	800

• ¿Cuántos segundos tardó en recorrer los últimos 200 metros?

Tardó 60 segundos

• ¿Qué magnitudes se relacionan?

El tiempo (segundos) y la distancia recorrida

• ¿Las magnitudes están correlacionadas? Explica.

Sí, porque a mayor tiempo, mayor distancia recorrida

S1P156-83



¿Cuánto cuestan $\frac{3}{4}$ de sal?

Respuesta: \$5.100



¿Cuánto cuesta $\frac{1}{2}$ libra de café?

Respuesta: \$ 1.750



¿Cuánto cuestan $\frac{5}{6}$ de libra de queso?

Respuesta: \$ 3.000

S2P156-84

Hacer una representación.

Lee lo que dice cada estudiante y señala en el almanaque los días. Luego, responde.



Junio						
L	M	M	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

- ¿Cuántos días de junio fueron días nublados? 18
- ¿Cuántos días de junio fueron días soleados? 6
- ¿Cuántos días de junio fueron días de lluvia? 6

S3P156-85

Mi primo grabó 120 canciones. La cuarta parte son de rock, $\frac{2}{3}$ de salsa y el resto son de pop. ¿Cuántas canciones de cada clase grabó?

Rock: _____ Salsa: _____ Pop: _____

S4P159-86

Lucia comió $\frac{5}{4}$ de chocolatina y Jaime comió $1 \frac{1}{4}$ de chocolatina, ¿Quién comió más?

S3P159-87

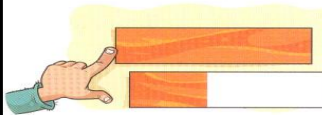
Problemas. Comprender el enunciado.
Lee cada situación. Luego, completa.

- Jorge comió $\frac{6}{4}$ de pizza.



Jorge comió $\frac{1}{1}$ pizza completa
y $\frac{2}{4}$ más.

- Catalina gastó $\frac{7}{5}$ m de cinta para decorar una caja.



Catalina gastó $\frac{1}{1}$ m de cinta
y $\frac{2}{5}$ más.

- Manuela tomó $\frac{9}{4}$ litros de gaseosa.



Manuela tomó $\frac{2}{2}$ litros de gaseosa
y $\frac{1}{4}$ más.

- Fernando tomó $\frac{9}{2}$ vasos de leche.



Fernando tomó $\frac{4}{2}$ vasos de leche
y $\frac{1}{2}$ más.

S3P159-88

- Sandra comió $\frac{3}{4}$ de pastel y Miguel $\frac{2}{4}$ de pastel. ¿Quién comió más pastel?
- Sebastián caminó $\frac{3}{7}$ de kilómetro y Andrés $\frac{4}{7}$ de kilómetro ¿Quién caminó más kilómetros?

S1P168-89

Completar una tabla.

Los teléfonos de una ciudad se bloquean cuando se utilizan a la vez más de $\frac{7}{9}$ del total de ellos. Averigua si se bloquean en cada una de las siguientes situaciones.

Números de teléfonos utilizados a la vez	Fracción del total de teléfonos que se utilizan a la vez	Comparación con $\frac{7}{9}$	¿Se bloquean los teléfonos?
Situación 1: 3 de cada 9 teléfonos.	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9} < \frac{7}{9}$	<input type="checkbox"/> Sí <input checked="" type="checkbox"/> No
Situación 2: 5 de cada 6 teléfonos.	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$	<input checked="" type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No
Situación 3: 7 de cada 12 teléfonos.	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{12} < \frac{7}{9}$	<input type="checkbox"/> Sí <input checked="" type="checkbox"/> No
Situación 4: 8 de cada 10 teléfonos.	$\frac{8}{10}$	$\frac{8}{10} > \frac{7}{9}$	<input checked="" type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No



S2P168-90

- $\frac{7}{15}$ del territorio de África es salvaje, mientras que en Norteamérica la fracción de territorio salvaje es $\frac{19}{50}$ ¿Que continente tiene mayor fracción de territorio salvaje?
- Lina ha hecho $\frac{3}{7}$ de su tarea de lenguaje, Rocío ha hecho $\frac{4}{9}$ de su tarea de ciencias. ¿Cuál de las dos ha hecho menor fracción de la tarea?
- Luis ha recorrido $\frac{4}{5}$ de una carrera, Javier ha recorrido $\frac{6}{7}$ de la misma ¿Quién ha recorrido mayor fracción de la carrera?

S2P169-91

- Un obrero realiza $\frac{3}{8}$ de un trabajo el lunes y $\frac{4}{8}$ del mismo trabajo el martes. ¿Qué fracción del trabajo realizó en los dos días?
- Samuel vio $\frac{2}{4}$ de una película en la mañana y $\frac{1}{4}$ en la tarde. ¿Qué fracción de la película vio?
- Leonor cosió $\frac{3}{7}$ de un vestido el domingo y $\frac{2}{7}$ el lunes. ¿Qué fracción del vestido cosió?

S5P170-92

- Lorena ha bebido tres cuartos de litro de leche y su hermano Lucas ha bebido dos cuartos de litro más que Lorena ¿Qué cantidad de leche ha bebido Lucas?
- Andrés y sus amigos han comido siete novenos de pizza de pollo y cuatro novenos de pizza mexicana. ¿Qué fracción de pizza de pollo más que de pizza mexicana han comido?

S1P174-93

Extraer datos de una información.

Lee lo que dicen Tomás, Mónica y Luisa. Luego, responde.



- ¿Qué fracción de dinero pusieron entre Tomás y Luisa?

Respuesta: $\frac{23}{30}$

- ¿Cuánto más aportó Tomás que Mónica?



Respuesta: $\frac{11}{30}$

- ¿Quién aportó menos dinero de los tres?



Respuesta: Luisa

S2P174-94

Extraer datos de un diagrama.

En el diagrama se registran las preferencias de 120 estudiantes en el género de la narrativa. Observa luego responde.

- ¿Qué fracción de estudiantes prefieren el cuento? _____
 - ¿Qué fracción de estudiantes prefieren la leyenda? _____
 - ¿Qué fracción del total de estudiantes prefieren el mito y la fábula? _____
 - ¿Cuántos estudiantes prefieren cada uno de los géneros de la narrativa?
- Fábula: _____ Novela: _____
- Mito: _____ Cuento: _____
- Leyenda: _____



S3P175-95

- ¿Cuántas libras de harina, levadura y azúcar se gastan en la receta?
- ¿Cuántas libras más de harina de trigo de uvas se necesitan en la receta?
- Si sólo hay $\frac{3}{8}$ de libra de azúcar, ¿Cuántas libras más faltan por comprar?
- Si hay $\frac{5}{7}$ de libra de _____
- ¿se necesitará comprar más?
- ¿Qué ingredientes es el que más se _____

Pan de navidad

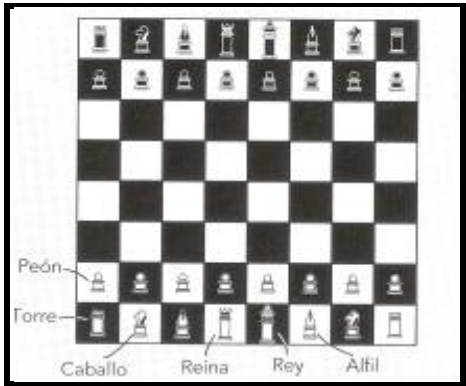
$\frac{3}{2}$ de libra de harina de trigo.

$\frac{1}{2}$ de libra de mantequilla.

$\frac{3}{4}$ de libra de levadura.

$\frac{2}{3}$ de libra de uvas pasas.

$\frac{5}{4}$ de libra de azúcar.

	<p>utiliza?</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿se necesitará comprar más? Qué ingrediente es el que más se utiliza? ¿Por qué? <p>El ajedrez se juega sobre un tablero que tiene 64 casillas de colores blanco y negro. Los jugadores disponen 16 piezas blancas y 16 piezas negras al iniciar el juego. Observa el tablero. Luego, responde</p>
S4P175-96	
	<ul style="list-style-type: none"> ¿Qué fracción total de las casillas son ocupadas por las fichas? Si sobre el tablero quedan $\frac{3}{4}$ de fichas blancas y $\frac{2}{3}$ de fichas negras, ¿Cuántas fichas hay de cada color? ¿Qué fracción del tablero está ocupada por estas fichas?
S6P179-98	<ul style="list-style-type: none"> ¿Cuántos pedazos de $\frac{1}{6}$ de tela salen de una tela de 5 metros?
S3P180-99	De una docena de flores se han marchitado 3. ¿Qué fracción de flores no se han marchitado?
S4P180-100	De 20 balones, se han vendido 4. ¿Qué fracción de balones quedan?
S5P180-101	Si una torta vale \$24.000, ¿Cuánto cuestan $\frac{3}{4}$ de torta?
S6P180-102	Se han pegado $\frac{2}{5}$ de baldosas. Si en total son 25, ¿Cuántas baldosas faltan por pegar?
S12P181-103	Martha ha pintado $\frac{7}{14}$ de una pared y Jaime $\frac{7}{9}$ de la pared. ¿Quien ha pintado más?
S13P181-104	Sebastián ha consumido $\frac{9}{10}$ de litros de agua y Andrea $\frac{3}{5}$ de litro de agua. ¿Quien ha consumido mayor cantidad de agua?
S16P181-105	Alejandro debe recoger diariamente $\frac{15}{17}$ de kilómetro durante su entrenamiento. Si sólo recorrió $\frac{6}{7}$, ¿Cuántos kilómetros le faltaron por recorrer?
S17P181-106	La señora Moreno tiene $\frac{2}{3}$ de libra de mantequilla para una receta. Si debe comprar $\frac{4}{5}$ de libra más, ¿Cuántas libras de mantequilla usará en la receta?
S18P181-107	Marcela consumió $\frac{2}{9}$ de litro de gaseosa en la mañana y $\frac{3}{5}$ de litro en la tarde. ¿Cuántos litros debe consumir en la noche si debe acabar la gaseosa?
S20P181-108	Para envasar $\frac{8}{9}$ de litros de gaseosa se usaron 7 vasos. ¿Qué capacidad tenía cada vaso?

WEBGRAFÍA

- http://www.cneq.unam.mx/programas/actuales/taller/mate/02_material/jornadas/02_jornada/2_jornada_mat/J2-9bmatematizacion_PISA.pdf
- http://www.ciberdocencia.gob.pe/index.php?id=1208&a=articulo_completo

BIBLIOGRAFIA

DUVAL, R. (1986). Lecture et comprehension des textes: modèles théoriques et exigences didactiques. Strasbourg: IREM.

DUVAL, R. (2004). Los PROBLEMAS FUNDAMENTALES en el APRENDIZAJE de las MATEMÁTICAS y las FORMAS SUPERIORES en el DESARROLLO COGNITIVO. (M. V. Restrepo, Trad.) Cali, Colombia: Merlin I. D.

DUVAL, R. (2004). Semiosis y pensamiento Humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2ª.Ed. edición en español ed.). (M. V. Restrepo, Trad.) Cali: Peter Lang/ Universidad del Valle.

NACIONAL (MEN)L., M. d. (1998). Lineamientos curriculares. Matemáticas. Santa Fe de Bogotá.

POLYA, G. (2005). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

SCHOENFELD, A. H. (1992). "Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics." In Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: ed. Douglas A. Grouws. Macmillan.

SCHOENFELD, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando, FL: Academic Press.

STANIC G. M. A. & KILPATRICK, J. (1970). Historical Perspectives on Problem solving in the mathematics curriculum. (I. R. Silver, Ed.) Hillsdale, NJ: Erlbaum.